

УДК 624.072.31

РАСЧЕТ СТАЛЕБЕТОННЫХ БАЛОК ПО НЕСУЩЕЙ СПОСОБНОСТИ, ИСКЛЮЧАЮЩЕЙ РАБОТУ РАСТЯНУТОЙ ЗОНЫ БЕТОНА

Е.Н. Кобзева, доцент, к.т.н., А.В. Игнатенко, ассистент, ХНАДУ

Аннотация. Предложен алгоритм подбора размеров поперечного сечения бетона и стальной полосы сталебетонных балок по несущей способности при выполнении закона Гука. Разрушение балки происходит по нормальному сечению. При этом в бетоне и стальной полосе в опасных точках действуют предельные напряжения.

Ключевые слова: сталебетонная балка, несущая способность, опасные точки, предельные напряжения.

РОЗРАХУНОК СТАЛЕБЕТОННИХ БАЛОК ЗА НЕСУЧОЮ ЗДАТНІСТЮ, ЩО ВИКЛЮЧАЄ РОБОТУ РОЗТЯГНУТОЇ ЗОНИ БЕТОНУ

О.М. Кобзева, доцент, к.т.н., А.В. Игнатенко, ассистент, ХНАДУ

Анотація. Запропоновано алгоритм підбору розмірів поперечного перерізу бетону та сталевій смуги сталебетонних балок за несучою здатністю при виконанні закону Гука. Руйнування балки здійснюється за нормальним перерізом. При цьому у бетоні та сталевій смугі в небезпечних точках діють граничні напруження.

Ключові слова: сталебетонна балка, несуча здатність, небезпечні точки, граничні напруження.

CALCULATION OF REINFORCED CONCRETE BEAMS ON THE CARRYING CAPACITY EXCLUDING THE OPERATION OF THE EXTENDED AREA OF CONCRETE

O. Kobzyeva, Associate Professor, Candidate of Technical Science,
A. Ignatenko, assistant, KhNAHU

Abstract. The matching algorithm of cross-sectional dimensions of concrete and steel strip of reinforced concrete beams on the carrying capacity of Hooke's law in the performance is offered. Beam fracture occurs on a normal section. In this case, both in concrete and in the steel strip unsafe points limiting stresses act.

Key words: reinforced concrete beam, carrying capacity, unsafe point, limiting stresses.

Введение

Использование сталебетонных элементов прямоугольного поперечного сечения в конструкциях с внешним армированием экономически выгодно и целесообразно [1]. Несущую способность железобетонных балок можно существенно увеличить, заменив стержневую арматуру на листовую, при одинаковом расходе стали.

Анализ публикаций

Вопросами расчета сталебетонных балок занимались многие авторы [1–5] и др. Во многих статьях уделяется внимание исследованию работы гибких анкеров [2, 3], формам разрушения сталебетонных балок [4], определению несущей способности сталебетонных балок при разрушении по нормальному сечению и по контакту [5]. В [6] предложен расчет сталебетонных элементов с использованием теории Яшина.

Цель и постановка задачи

Практика расчетов сталебетонных балок показывает, что достичь одновременно предельных напряжений в сжатой и растянутой зоне бетона, а также в стальной полосе не удастся. При этом растянутая зона бетона практически в работе не участвует. Поэтому предпринята попытка получить алгоритм расчета сталебетонной балки без учета работы растянутой зоны бетона, но с предельными напряжениями в сжатой зоне бетона и в стальной полосе. Для сталебетонной балки, с заданной внешней нагрузкой и заданными характеристиками бетона и стали, необходимо разработать алгоритм подбора размеров поперечного сечения бетона и стальной полосы, с таким расчетом, чтобы максимальные напряжения в сжатой зоне бетона равнялись их предельным значениям (призматической прочности бетона $\sigma_b = R_{bn}$), а максимальные напряжения в стальной полосе равнялись их предельным значениям (пределу текучести $\sigma_s = R_{sn}$).

Подбор поперечного сечения сталебетонной балки

В расчетах были приняты следующие предположения:

1. В растянутой зоне бетона напряжения отсутствуют $\sigma'_b = 0$, а по всей высоте в сжатой зоне действуют напряжения с максимальным значением, равным призматической прочности при сжатии $\sigma_b = R_{bn}$.
2. Между бетоном и стальным листом абсолютно жесткое соединение.
3. Применима гипотеза плоских сечений.
4. Применим закон Гука.
5. Модуль деформации бетона E_b величина постоянная.
6. В стальном листе действуют напряжения, равные пределу текучести $\sigma_s = R_{sn}$.

Рассмотрим условия равновесия выделенного элемента dx сталебетонной балки (рис. 1). Действие левой части балки на сечение представим в виде изгибающего момента M_y .

Действие правой части балки на сечение элемента представим в виде элементарных сил $\sigma \cdot dA$. От действия изгибающего момента верхняя часть бетона будет сжата, а нижняя – растянута. Составим условие равновесия элемента dx . $\sum X = 0$;

$$-\int_{A_b} \sigma_b \cdot dA_b + \int_{A_s} \sigma_s \cdot dA_s = 0. \quad (1)$$

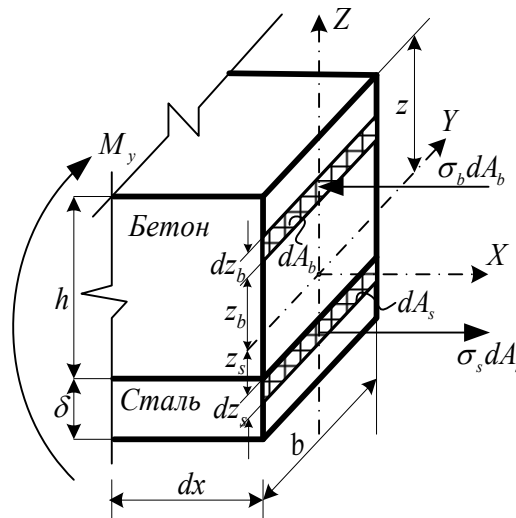


Рис. 1 Элемент сталебетонной балки

Подставим пределы интегрирования

$$-\int_z^0 \sigma_b \cdot dA_b + \int_{-(h+\delta-z)}^{-z} \sigma_s \cdot dA_s = 0. \quad (2)$$

Из курса сопротивления материалов [7] известно, что в растянутой зоне нормальные напряжения определяются зависимостью

$$\sigma = \frac{z}{\rho} E.$$

Применительно к нашему случаю (см. рис. 1)

$$\sigma_b = \frac{z_b}{\rho} E_b; \quad \sigma_s = \frac{z_s}{\rho} E_s.$$

Учитывая, что

$$dA_b = b \cdot dz_b, \quad dA_s = b \cdot dz_s,$$

подставим в (1) эти значения и проинтегрируем:

$$-\int_z^0 \frac{z_b}{\rho} \cdot E_b \cdot b \cdot dz_b + \int_{-(h+\delta-z)}^{-z} \frac{z_s}{\rho} \cdot E_s \cdot b \cdot dz_s = 0.$$

Или

$$-\frac{E_b \cdot b \cdot z_b^2}{2 \cdot \rho} \Big|_z^0 + \frac{E_s \cdot b \cdot z_s^2}{2 \cdot \rho} \Big|_{-(h+\delta-z)}^{-z} = 0;$$

$$\frac{E_b \cdot b \cdot z^2}{2 \cdot \rho} + \frac{E_s \cdot b \cdot \delta}{2 \cdot \rho} (2 \cdot z - 2 \cdot h - \delta) = 0. \quad z = \frac{\sigma_b \cdot n(h + \delta)}{\sigma_s + n \cdot \sigma_b}. \quad (6)$$

Введем обозначение

$$n = \frac{E_s}{E_b}; \quad (3)$$

и после несложных преобразований получим

$$z^2 + 2n\delta z - 2n\delta h - n\delta^2 = 0. \quad (4)$$

Решая квадратное уравнение относительно z , получим

$$z = n\delta \left[\sqrt{1 + \frac{2 \cdot h + \delta}{n \cdot \delta}} - 1 \right]. \quad (5)$$

Так как балка работает в упругой стадии, то, используя рис. 2, а, можно записать

$$\frac{\varepsilon_b}{z} = \frac{\varepsilon_s}{h + \delta - z}, \text{ но } \varepsilon_b = \frac{\sigma_b}{E_b}, \varepsilon_s = \frac{\sigma_s}{E_s}.$$

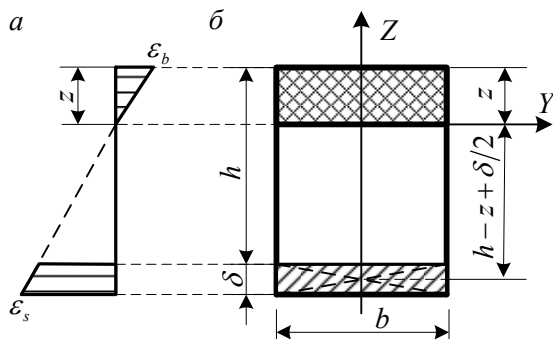


Рис. 2. Сечение сталебетонной балки: а – эпюра относительных деформаций бетона и стали; б – для определения приведенного осевого момента инерции

Тогда

$$\frac{\sigma_b}{E_b} = \frac{\sigma_s \cdot z}{E_s (h + \delta - z)} \text{ или } \sigma_b = \frac{\sigma_s \cdot z}{n(h + \delta - z)}.$$

Преобразуем и получим

$$z(\sigma_s + n \cdot \sigma_b) = \sigma_b \cdot n(h + \delta).$$

Отсюда

Для определения отношения между высотой бетона h и толщиной стального листа δ приравняем формулы (6) и (5).

$$n\delta \left[\sqrt{1 + \frac{2h + \delta}{n \cdot \delta}} - 1 \right] = \frac{\sigma_b \cdot n(h + \delta)}{\sigma_s + n \cdot \sigma_b}. \quad (7)$$

После несложных преобразований получим выражение для определения отношения между величинами δ и h :

$$\begin{aligned} &(-n \cdot \sigma_b^2 - n^2 \sigma_b^2 + \sigma_s^2) \delta^2 - \\ &- 2h(\sigma_s^2 + \sigma_b \sigma_s n - \sigma_b^2 n) \delta - \sigma_b^2 n \cdot h^2 = 0. \end{aligned}$$

Решая квадратное уравнение относительно δ , получим:

$$\begin{aligned} \delta = &\frac{\sigma_s (\sigma_b n + \sigma_s) - \sigma_b^2 n}{n \cdot \sigma_b^2 (1 + n) - \sigma_s^2} \times \\ &\times \left[1 - \sqrt{1 + \frac{\sigma_b^2 n [\sigma_s^2 - \sigma_b^2 n (1 + n)]}{[\sigma_s (\sigma_b n + \sigma_s) - \sigma_b^2 n]^2}} \right] \cdot h. \quad (8) \end{aligned}$$

Имея характеристики бетона и стали, сразу можно определить зависимость между величинами δ и h .

Определим ширину сталебетонной балки b . Запишем уравнение статики (рис. 1, а) $\Sigma M_y = 0$.

$$M_y - \int_{A_b} \sigma_b \cdot dA_b \cdot z_b - \int_{A_s} \sigma_s \cdot dA_s \cdot z_s = 0.$$

Подставим значения

$$\sigma_b = \frac{z_b}{\rho} E_b; \quad \sigma_s = \frac{z_s}{\rho} E_s.$$

$$M_y - \int_{A_b} \frac{z_b}{\rho} E_b \cdot z_b \cdot dA_b - \int_{A_s} \frac{z_s}{\rho} E_s \cdot z_s \cdot dA_s = 0.$$

Вынесем из-под знака интеграла постоянные величины

$$M_y - \frac{E_b}{\rho} \int_{A_b} z_b^2 \cdot dA_b - \frac{E_s}{\rho} \int_{A_s} z_s^2 \cdot dA_s = 0.$$

Интегралы представляют собой осевые моменты инерции сечений относительно оси, ограничивающей высоту сжатой зоны бетона.

$$J_b = \int_{A_b} z_b^2 \cdot dA_b; \quad J_s = \int_{A_s} z_s^2 \cdot dA_s.$$

Тогда
$$M_y - \frac{E_b}{\rho} J_b - \frac{E_s}{\rho} J_s = 0.$$

Отсюда

$$M_y = \frac{1}{\rho} (E_b \cdot J_b + E_s \cdot J_s). \quad (9)$$

Из [1] известно, что $\frac{1}{\rho} = \frac{\sigma}{E \cdot z}.$

Определим напряжение в сжатой зоне бетона. Для этого подставим значение $\frac{1}{\rho} = \frac{\sigma_b}{E_b \cdot z_b}$ в (9)

$$M_y = \frac{\sigma_b}{E_b \cdot z_b} (E_b \cdot J_b + E_s \cdot J_s),$$

или

$$M_y = \frac{\sigma_b \cdot E_b}{E_b \cdot z_b} (J_b + n \cdot J_s).$$

Отсюда

$$\sigma_b = \frac{M_y \cdot z_b}{J_{пр}}, \quad (10)$$

где z_b – расстояние от оси, ограничивающей высоту сжатой зоны бетона, до точки сжатой зоны бетона, в которой определяется напряжение (наибольшие напряжения будут если $z_b = z$); $J_{пр}$ – приведенный осевой момент инерции сталебетонного сечения, учитывающий работу сжатой зоны бетона и стального листа, который определяется по формуле

$$J_{пр} = (J_b + n \cdot J_s) \quad (11)$$

Из формулы (10) определяем

$$J_{пр} = \frac{M_y \cdot z_b}{\sigma_b}. \quad (12)$$

Численное значение $J_{пр}$ определяется по формуле (12). При этом принимается: M_y – максимальный момент, взятый из предварительно построенной эпюры моментов (длина

балки и действующая нагрузка известны), $z_b = z$ (найдена выше), $\sigma_b = R_{bn}$.

Как видно из рис. 2, б, приведенный осевой момент инерции для сталебетонной балки можно определить по формуле, учитывающей действие только сжатой зоны бетона и стального листа

$$J_{пр} = \frac{bz^3}{3} + nb\delta \left[\frac{\delta^2}{12} + \left(h - z + \frac{\delta}{2} \right)^2 \right]. \quad (13)$$

Следовательно, ширину сталебетонной балки можно определить из выражения (13).

$$b = \frac{J_{пр}}{\frac{z^3}{3} + \frac{n \cdot \delta^3}{12} + n \cdot \delta \left(h - z + \frac{\delta}{2} \right)^2}. \quad (14)$$

Выполним проверочный расчет. Для этого определим максимальное напряжение в стальном листе. Полученное значение должно быть близко к R_{sn} . Подставим значение

$\frac{1}{\rho} = \frac{\sigma_s}{E_s \cdot z_s}$ в (9), тогда

$$M_y = \frac{\sigma_s}{E_s \cdot z_s} (E_b \cdot J_b + E_s \cdot J_s),$$

или

$$M_y = \frac{\sigma_s \cdot E_b}{E_s \cdot z_s} (J_b + n \cdot J_s) = \frac{\sigma_s}{n \cdot z_s} J_{пр}.$$

Отсюда:

$$\sigma_s = \frac{M_y \cdot z_s \cdot n}{J_{пр}}, \quad (15)$$

где z_s – расстояние от оси, ограничивающей высоту сжатой зоны бетона, до точки стального листа, в которой определяется напряжение (наибольшие напряжения будут если $z_s = h + \delta - z$).

На основании полученных формул предлагается алгоритм подбора размеров поперечных сечений бетона и стальной полосы сталебетонной балки.

1. Для заданных характеристик материалов, внешней нагрузки и высоты сечения бетона h по формуле (8) определяем толщину стальной полосы δ .

2. По формуле (6) определяем высоту сжатой зоны бетона z .
3. По формуле (12) определяем требуемый приведенный осевой момент инерции поперечного сечения сталебетонной балки $J_{пр}$.
4. По формуле (14) определяем ширину сталебетонной балки b .
5. По формулам (10) и (15) проверяем максимальные напряжения в бетоне и стальном листе. Эти напряжения должны соответствовать заданным характеристикам материалов.

Выводы

Предложен алгоритм подбора размеров поперечного сечения бетона и стальной полосы сталебетонных балок по несущей способности при выполнении закона Гука. Разрушение балки происходит по нормальному сечению. При этом в бетоне и стальной полосе в опасных точках действуют предельные напряжения.

Особенностью алгоритма является то обстоятельство, что для заданных характеристик материалов, внешней нагрузки и заданной высоты сечения бетона сразу определяются остальные размеры поперечного сечения бетона и стали. Эти размеры являются единственными для заданных характеристик с их предельными значениями в опасных точках. При изменении характеристик размеры поперечных сечений меняются.

Этот алгоритм позволяет оптимизировать сечения сталебетонных балок.

Литература

1. Людковский И.Г. Сталебетонные фермы из гнутых профилей / И.Г. Людковский, В.М. Фонов, С.М. Кузьменко, С.И. Самарин // Бетон и железобетон. – 1982. – №7. – С. 30–31.
2. Кириллов А.П. Конструкция герметизирующей облицовки защитной оболочки / А.П. Кириллов, А.С. Михайлов // Бетон и железобетон. – 1977. – №6. – С.9.
3. Воронков Р.В. Исследование железобетонных перекрытий с внешней профилированной арматурой / Р.В. Воронков, Ф.И. Багатурия // Бетон и железобетон. – 1977. – №6. – С. 11.
4. Голосов В.И. Расчет конструкций с внешним армированием при действии поперечных сил / В.И. Голосов, А.С. Залесов, Г.П. Бирюков // Бетон и железобетон. – 1977. – №6. – С. 14–17.
5. Чихладзе Э.Д. Несущая способность сталебетонных плит / Э.Д. Чихладзе, А.Д. Арсланханов // Бетон и железобетон. – 1990. – №10. – С. 30–31.
6. Чихладзе Э.Д. Расчет сталебетонных элементов прямоугольного сечения на прочность при внецентренном сжатии и изгибе / Э.Д. Чихладзе, А.Д. Арсланханов, А. Салам // Строительная механика и расчет сооружений. – 1992. – №3. – С. 9–17.
7. Дарков А.В. Сопrotивление материалов / А.В. Дарков, Г. Шпиро. – М.: Высшая школа, 1975. – 654 с.

Рецензент: В.В. Филиппов, профессор, д.т.н., ХНАДУ.

Статья поступила в редакцию 11 августа 2012 г.