

УДК 629.017

## ОБЕСПЕЧЕНИЕ УПРАВЛЯЕМОСТИ И УСТОЙЧИВОСТИ АВТОМОБИЛЕЙ ПРИ УСТАНОВИВШЕМСЯ ДВИЖЕНИИ

**М.А. Подригало, профессор, д.т.н., Д.М. Клец, доцент, к.т.н.,  
В.И. Гацько, аспирант, ХНАДУ**

*Аннотация.* Проведено исследование устойчивости и управляемости автомобилей с недостаточной поворачиваемостью. Предложены пути повышения устойчивости и управляемости указанных машин.

*Ключевые слова:* автомобиль, установившееся движение, управляемость, устойчивость, частота собственных колебаний.

## ЗАБЕЗПЕЧЕННЯ КЕРОВАНОСТІ ТА СТІЙКОСТІ АВТОМОБІЛІВ ПРИ УСТАЛЕНОМУ РУСІ

**М.А. Подригало, професор, д.т.н., Д.М. Клец, доцент, к.т.н.,  
В.І. Гацько, аспірант, ХНАДУ**

*Анотація.* Проведено дослідження стійкості та керованості автомобілів з недостатньою попертальністю. Запропоновано шляхи підвищення стійкості і керованості зазначених машин.

*Ключові слова:* автомобіль, усталений рух, керованість, стійкість, частота власних коливань.

## PROVIDING OF VEHICLE STABILITY AND CONTROL AT ITS STEADY MOTION

**M. Podrygalo, Professor, Doctor of Technical Science, D. Klets, Associate Professor,  
Candidate of Technical Science, V. Hatsko, postgraduate, KhNAHU**

*Abstract.* Vehicles stability and control with lack of understeering is investigated. Ways to improve stability and control of the above-stated vehicles are suggested.

*Key words:* vehicle, steady movement, handling, stability, oscillations frequency.

### Введение

Обеспечение постоянного курсового угла и заданного радиуса поворота автомобиля при установившемся движении осуществляется водителем (или автоматическим управляющим устройством) путём постоянного воздействия на рулевое колесо. Указанное воздействие имеет колебательный характер с частотой, достигающей 0,7 Гц. Частота собственных колебаний в плоскости дороги автомобилей с недостаточной поворачиваемостью также находится в диапазоне от 0,4 Гц до 0,7 Гц, что создаёт условия для возникновения резонанса и сдвига колебаний по фазе на 180°. Это приводит к нарушению управ-

ляемости и устойчивости автомобилей. В настоящей статье с использованием частоты собственных колебаний в плоскости дороги проведено исследование устойчивости и управляемости автомобилей с недостаточной поворачиваемостью. Предложены пути повышения устойчивости и управляемости указанных машин.

### Анализ публикаций

В работе [1] приведены результаты экспериментальных исследований управляемости автомобилей, показавшие, что частота синусоидальной кривой, используемой для осуществления маневра по траектории усечён-

ной синусоиды за счёт соответствующего поворота рулевого колеса, составляет 0,7 Гц. Использование этой частоты приводит к тому, что время от завершения первого поворота рулевого колеса (первый пик) до завершения поворота в обратном направлении (второй пик) составляет приблизительно 714 миллисекунд независимо от заданной величины угла поворота рулевого колеса [1]. Эти результаты были получены [1] на основании многочисленных исследований верхнего предела способности человека производить поворот при маневрах с двойным переходом с одной полосы на другую. Результаты указанных исследований использованы в международном стандарте [2] при определении условий проведения испытаний автомобилей на устойчивость.

Ранее авторами статьи [3] определены зависимости для расчёта частоты собственных колебаний автомобиля в плоскости дороги. Для установившегося прямолинейного движения автомобиля указанная частота может быть определена по формуле

$$v_{\text{собств}} = \frac{1}{2\pi} \times \sqrt{\frac{L}{m_a} \cdot \frac{K_{Y_1}}{\left(1 + \frac{K_{Y_1}}{K_{Y_2}}\right) \left[ i_z^2 + a^2 \left( \frac{K_{Y_1} - b}{K_{Y_2} - a} \right)^2 \right]}}, \quad (1)$$

где  $L$  – продольная колесная база автомобиля;  $m_a$  – общая масса автомобиля;  $K_{Y_1}$ ,  $K_{Y_2}$  – коэффициенты сопротивления боковому уводу колес передней и задней осей, соответственно;  $a$ ,  $b$  – расстояния от проекции центра масс автомобиля на горизонтальную плоскость до передней и задней осей, соответственно;  $i_z$  – радиус инерции автомобиля относительно центральной вертикальной оси.

В работе [4] с использованием вероятностной модели предложена формула для расчёта математического ожидания радиуса инерции автомобиля относительно вертикальной оси

$$i_z = \sqrt{\frac{1}{2} \cdot a \cdot b + \frac{B^2}{12}}, \quad (2)$$

где  $B$  – колея машины.

При движении на повороте с постоянным радиусом кривизны (на установившемся повороте) собственная частота колебаний автомобиля в плоскости дороги определяется по формуле [3]

$$v_{\text{собств}} = \frac{1}{2\pi} \cdot \sqrt{\frac{L \cdot K_{Y_1} \cdot \sec \bar{\alpha}}{m_a \cdot \left(1 + \frac{K_{Y_1}}{K_{Y_2}}\right)} \times \frac{1}{\left[ i_z^2 + a^2 \left( \frac{K_{Y_1} - b}{K_{Y_2} - a} \frac{b \cdot \text{tg} \bar{\alpha}}{\delta_1} \right)^2 \right]}}, \quad (3)$$

где  $\bar{\alpha}$  – средний угол поворота передних направляющих колес;  $\delta_1$  – угол увода колес передней оси.

Сравнение зависимостей (1) и (3), проведенное в работе [3], показало, что с увеличением  $\frac{\text{tg} \bar{\alpha}}{\delta_1}$  происходит увеличение  $v_{\text{собств}}$ . Это означает, что опасность резонанса колебаний, сопровождающегося потерей управляемости и устойчивости автомобиля, на повороте снижается по сравнению с движением машины на прямой. В работе [3] при определении угловой жесткости машины в плоскости дороги использовалась зависимость

$$C_{\text{угл}}^M = \frac{M_{\text{пов}}}{\Delta \psi}, \quad (4)$$

где  $M_{\text{пов}}$  – момент, поворачивающий автомобиль в плоскости дороги;  $\Delta \psi$  – изменение курсового угла машины, обусловленное боковой жесткостью шин и действием поворачивающего момента  $M_{\text{пов}}$ .

Изменение курсового угла  $\Delta \psi$  в работе [3] определено как

$$\Delta \psi = \delta_1 + \delta_2, \quad (5)$$

где  $\delta_1$ ,  $\delta_2$  – углы увода точек, лежащих на серединах передней и задней осей двухосного автомобиля.

Зависимость (5) была предложена из условия определения радиуса поворота автомобиля с эластичными колесами [4].

$$R_M = \frac{L}{\operatorname{tg}\bar{\alpha} + \delta_2 - \delta_1}, \quad (6)$$

где  $\bar{\alpha}$  – средний угол поворота направляющих колес автомобиля;  $R_M$  – радиус кривизны траектории полюса поворота  $M$  (точки, которая из всех точек, лежащих на продольной оси автомобиля, имеет наибольшую кривизну траектории).

При  $\bar{\alpha} = 0$  выражение (6) имеет вид

$$R_M = \frac{L}{\delta_2 - \delta_1}. \quad (7)$$

Кривизна траектории точки  $M$

$$K_M = \frac{1}{R_M} = \frac{\delta_2 - \delta_1}{L}. \quad (8)$$

При действии поворачивающего момента в плоскости дороги происходит вращение кузова за счет упругости шин относительно полюса поворота  $M$ , являющегося центром упругости. В этом случае  $\delta_1 = -\delta_2$  и выражение (8) преобразуется к виду

$$K_M = \frac{\delta_2 + \delta_1}{L}. \quad (9)$$

Величина  $\delta_1 + \delta_2$  характеризует скорость изменения направления движения автомобиля, а не угловую «деформацию» его под действием поворачивающего момента.

Таким образом, при определении угловой жесткости автомобиля в плоскости дороги, обусловленной боковой податливостью шин, необходимо учитывать не коэффициенты сопротивления бокового увода, а коэффициенты боковой жесткости шин.

#### Цель и постановка задачи

Целью исследования является обеспечение управляемости и устойчивости автомобиля при установившемся движении за счет корректировки его частоты собственных колебаний в плоскости дороги. Для достижения указанной цели необходимо решить следующие задачи: определить условия обеспечения управляемости и устойчивости автомобиля при установившемся прямолинейном

движении; определить условия обеспечения управляемости и устойчивости автомобиля при установившемся повороте.

#### Обеспечение управляемости и устойчивости при прямолинейном установившемся движении автомобиля

На рис. 1 приведена схема нагружения автомобиля поворачивающим моментом при установившемся прямолинейном движении.

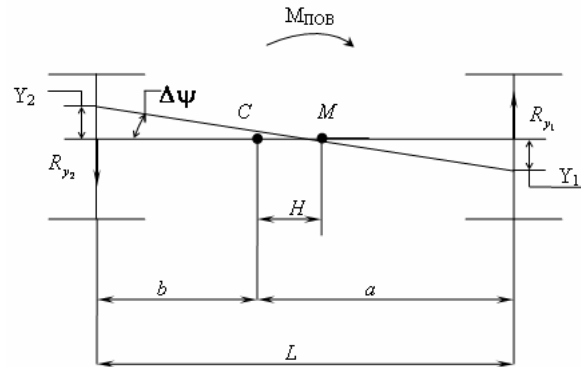


Рис. 1. Схема нагружения автомобиля поворачивающим моментом:  $C$  – центр масс автомобиля;  $M$  – центр упругости автомобиля в плоскости дороги;  $R_{y1}$ ,  $R_{y2}$  – суммарные боковые реакции дороги на передних и задних колесах

Из рис. 1 определим

$$\Delta\psi = \frac{Y_2}{b+H} = \frac{Y_1}{a-H}, \quad (10)$$

где  $Y_1$ ,  $Y_2$  – боковые деформации шин, обусловленные действием боковых реакций дороги  $R_{y1}$  и  $R_{y2}$ ,

$$Y_1 = \frac{R_{y1}}{C_{y1}}; \quad (11)$$

$$Y_2 = \frac{R_{y2}}{C_{y2}}, \quad (12)$$

где  $C_{y1}$ ,  $C_{y2}$  – суммарные боковые жесткости передних и задних колес автомобиля.

Подставляя (11) и (12) в (10), получим

$$\Delta\psi = \frac{R_{y2}}{C_{y2}(b+H)} = \frac{R_{y1}}{C_{y1}(a-H)}. \quad (13)$$

Суммарные боковые реакции дороги на передних и задних колесах

$$R_{y1} = R_{y2} = R_y = \frac{M_{\text{пов}}}{L}. \quad (14)$$

Угловая жесткость автомобиля в плоскости дороги

$$C_{\text{угл}} = \frac{M_{\text{пов}}}{\Delta\psi}. \quad (15)$$

Подставляя выражения (13) и (14) в (15), получим

$$C_{\text{угл}} = L(b+H)C_{y2} = L(a-H)C_{y1}. \quad (16)$$

Координату центра упругости  $H$  находим из выражения (13)

$$H = \frac{aC_{y1} - bC_{y2}}{C_{y1} + C_{y2}}. \quad (17)$$

Собственная частота колебаний автомобиля в плоскости дороги при установившемся прямолинейном движении

$$v_{\text{собств}} = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{C_{\text{угл}}}{Y_{ZM}}}, \quad (18)$$

где  $Y_{ZM}$  – момент инерции автомобиля в плоскости дороги относительно центра упругости  $M$

$$Y_{ZM} = Y_{ZC} + m_a H^2 = m_a (i_Z^2 + H^2). \quad (19)$$

Выражение (18) с учетом (16), (17), (19) примет вид

$$v_{\text{собств}} = \frac{L}{2\pi} \sqrt{\frac{C_{y1}/m_a}{\left(1 + \frac{C_{y1}}{C_{y2}}\right) \left[ i_Z^2 + a^2 \left( \frac{\frac{C_{y1} - b}{C_{y2}}}{1 + \frac{C_{y1}}{C_{y2}}} \right)^2 \right]}}. \quad (20)$$

Анализ выражения (20) показывает, что с ростом продольной колесной базы  $L$  происходит рост  $v_{\text{собств}}$  по линейному закону. С увеличением общей массы автомобиля  $m_a$  происходит уменьшение частоты собствен-

ных колебаний  $v_{\text{собств}}$  автомобиля в плоскости дороги.

Управляемость и устойчивость прямолинейного установившегося движения автомобиля будет обеспечена при выполнении следующего условия

$$v_{\text{возм}}^{\text{max}} < v_{\text{собств}}. \quad (21)$$

Из выражения (20) определим область значений  $C_{y1}$ , обеспечивающих выполнение условия (21)

$$C_{y1} > \frac{4\pi^2 (v_{\text{возм}}^{\text{max}})^2 \cdot m_a}{L^2} \cdot \left( 1 + \frac{C_{y1}}{C_{y2}} \right) \times \left[ i_Z^2 + a^2 \left( \frac{\frac{C_{y1} - b}{C_{y2}}}{1 + \frac{C_{y1}}{C_{y2}}} \right)^2 \right]. \quad (22)$$

Преобразуем (22) к виду

$$C_{y1} > \frac{4\pi^2 m_a (v_{\text{возм}}^{\text{max}})^2}{L^2} F \left( \frac{C_{y1}}{C_{y2}} \right), \quad (23)$$

где  $F \left( \frac{C_{y1}}{C_{y2}} \right)$  – функция отношения  $\frac{C_{y1}}{C_{y2}}$ ,

$$F \left( \frac{C_{y1}}{C_{y2}} \right) = i_Z^2 \left( 1 + \frac{C_{y1}}{C_{y2}} \right) + a^2 \frac{\left( \frac{C_{y1} - b}{C_{y2}} \right)^2}{1 + \frac{C_{y1}}{C_{y2}}}. \quad (24)$$

Функция  $F \left( \frac{C_{y1}}{C_{y2}} \right)$  имеет минимум. Точка минимума

$$\left( \frac{C_{y1}}{C_{y2}} \right)^* = \frac{L}{\sqrt{i_Z^2 + a^2}} - 1. \quad (25)$$

Минимальное значение функции  $F \left( \frac{C_{y1}}{C_{y2}} \right)$  получим после подстановки (25) в (24)

$$\left[ F \left( \frac{C_{y1}}{C_{y2}} \right) \right]_{\min} = L \frac{i_z^2 + (a - \sqrt{i_z^2 + a^2})^2}{\sqrt{i_z^2 + a^2}}. \quad (26)$$

Минимальное значение  $C_{y1 \min}$ , соответствующее

$$\left[ F \left( \frac{C_{y1}}{C_{y2}} \right) \right]_{\min}$$

$$C_{y1 \min} = \frac{4\pi^2 m_a (v_{\text{ВОЗМ}}^{\max})^2 i_z^2 + (a - \sqrt{i_z^2 + a^2})^2}{L \sqrt{i_z^2 + a^2}}. \quad (27)$$

Требуемая суммарная боковая жесткость колес задней оси в этом случае находится из условия

$$C_{y2} > \frac{C_{y1 \min}}{\left( \frac{C_{y1}}{C_{y2}} \right)^*}. \quad (28)$$

После подстановки (25) и (27) в (28) получим

$$C_{y2} > \frac{4\pi^2 m_a (v_{\text{ВОЗМ}}^{\max})^2 i_z^2 + (a - \sqrt{i_z^2 + a^2})^2}{L \sqrt{i_z^2 + a^2}}. \quad (29)$$

На рис. 2 приведены графики зависимости  $\nu_{\text{собств}} \left( \frac{C_{y2}}{C_{y1}} \right)$ , построенные для снаряженного и груженого автомобиля Урал-4320 при различных значениях  $C_{y1}$ . Исходные расчетные параметры автомобиля Урал-4320 приведены в табл. 1. Автомобиль условно приведен к двухосному.

Таблица 1 Геометрические параметры автомобиля Урал-4320 [3]

Состояние автомобиля	$m_a$ , кг	$a$ , м	$b$ , м	$L$ , м	$B$ , м
Снаряженный	8100	2,39	1,81	4,2	2,0
Полностью груженный	13025	2,97	1,23	4,2	2,0

На рис. 3 приведены графики зависимости  $C_{y1} (C_{y2}/C_{y1})$  и  $C_{y2} (C_{y2}/C_{y1})$  для снаряженного и груженого автомобиля Урал-4320 при  $\nu_{\text{ВОЗМ}}^{\max} = 0,7$  Гц.

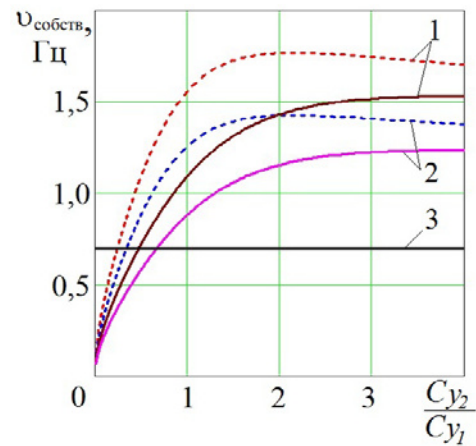


Рис. 2. Зависимость частоты собственных колебаний автомобиля Урал-4320 в плоскости дороги от отношения  $C_{y2}/C_{y1}$  при прямолинейном установившемся движении: — полностью груженный автомобиль, - - - снаряженный автомобиль; 1 —  $p_{\text{ш}}=350$  кПа ( $C_{y1} = 2,264 \times 10^5$  Н/м); 2 —  $p_{\text{ш}}=70$  кПа ( $C_{y1} = 1,475 \times 10^5$  Н/м); 3 —  $\nu_{\text{собств}} = 0,7$  Гц

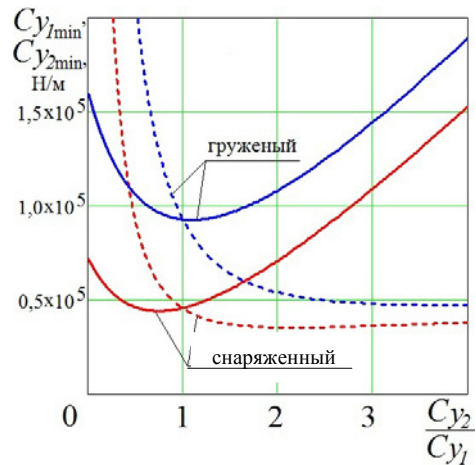


Рис. 3. Зависимость минимальных суммарных боковых жесткостей передних  $C_{y1}$  и задних  $C_{y2}$  колес автомобиля Урал-4320 от отношения  $C_{y2}/C_{y1}$  при  $\nu_{\text{ВОЗМ}}^{\max} = 0,7$  Гц: —  $C_{y1 \min}$ ; - - -  $C_{y2 \min}$

Анализ рис. 3 позволяет определить значения суммарных боковых жесткостей колес передней и задней осей, при которых частота собственных колебаний исследуемого автомобиля в плоскости дороги будет соответствовать верхнему пределу способности человека производить поворот при маневрах с двойным переходом с одной полосы на дру-

гую. Оптимальными значениями, с точки зрения обеспечения управляемости и устойчивости снаряженного автомобиля Урал-4320 при установившемся движении, являются значения  $C_{y1} = C_{y2} = 4,584 \times 10^4$  Н/м. Для полностью груженого исследуемого автомобиля оптимальными значениями являются  $C_{y1} = C_{y2} = 9,293 \times 10^4$  Н/м.

**Определение условий обеспечения управляемости и устойчивости автомобиля при установившемся повороте**

На рис. 4 приведена схема нагружения автомобиля поворачивающим моментом при установившемся движении на повороте. Угол поворота продольной оси автомобиля под действием поворачивающего момента  $M_{пов}$  можно определить следующим образом (рис. 4)

$$\Delta\psi = \frac{Y_2}{b+H} = \frac{Y_1 \cdot \sec \bar{\alpha}}{a-H} \quad (30)$$

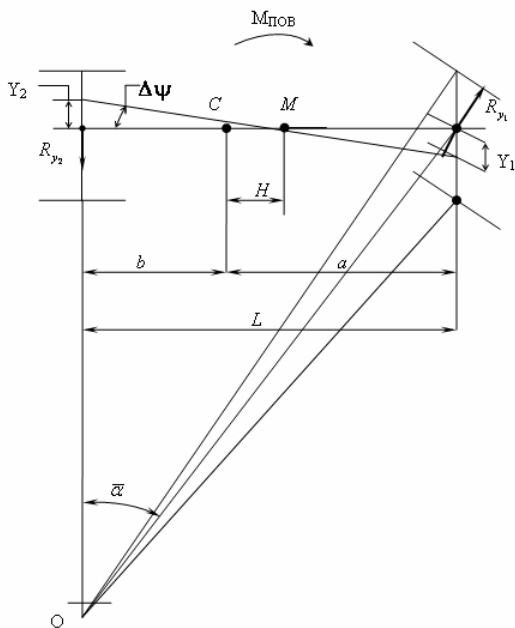


Рис. 4. Схема нагружения автомобиля поворачивающим моментом при установившемся движении на повороте:  $\bar{\alpha}$  – средний угол поворота направляющих колес

Учитывая зависимости (11), (12) и соотношение

$$M_{пов} = R_{y2} \cdot L = R_{y1} \cdot L \cdot \cos \bar{\alpha}, \quad (31)$$

определим

$$\Delta\psi = \frac{M_{пов}}{LC_{y2}(b+H)} = \frac{M_{пов}}{LC_{y1}(a-H)\cos^2 \bar{\alpha}} \quad (32)$$

Из уравнения (32) определим угловую жесткость автомобиля в плоскости дороги  $C_{y2л}$  и координату центра упругости  $H$

$$C_{y2л} = LC_{y2}(b+H) = LC_{y1}(a-H)\cos^2 \bar{\alpha}; \quad (33)$$

$$H = \frac{C_{y1}a\cos^2 \bar{\alpha} - C_{y2л}}{C_{y2л} + C_{y1}\cos^2 \bar{\alpha}} \quad (34)$$

Подставляя выражения (33) и (34) в зависимость (18), получим после преобразований

$$v_{собств} = \frac{L \cdot \cos \bar{\alpha}}{2\pi} \times \sqrt{\frac{C_{y1}/m_a}{\left(1 + \frac{C_{y1}}{C_{y2}} \cos^2 \bar{\alpha}\right) \left[ i_z^2 + a^2 \left( \frac{\frac{C_{y1}}{C_{y2}} \cos^2 \bar{\alpha} - \frac{b}{a}}{1 + \frac{C_{y1}}{C_{y2}} \cos^2 \bar{\alpha}} \right)^2 \right]}} \quad (35)$$

На рис. 5 приведены графики зависимости  $v_{собств}(C_{y2}/C_{y1})$ , построенные для снаряженного и груженого автомобиля Урал-4320, при различных значениях  $C_{y1}$ .

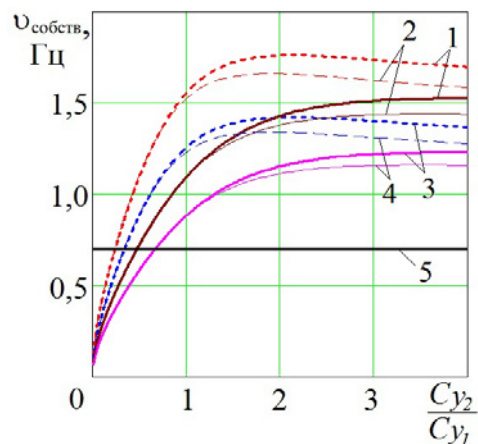


Рис. 5. Зависимость частоты собственных колебаний автомобиля Урал-4320 в плоскости дороги от отношения  $C_{y2}/C_{y1}$  при установившемся повороте: — полностью груженный автомобиль, --- снаряженный автомобиль

На рис. 5 приняты следующие обозначения: 1 –  $p_{ш}=350$  кПа ( $C_{y1} = 2,264 \times 10^5$  Н/м) и  $\bar{\alpha} = 5^\circ$ ; 2 –  $p_{ш}=350$  кПа ( $C_{y1} = 2,264 \times 10^5$  Н/м) и  $\bar{\alpha} = 20^\circ$ ; 3 –  $p_{ш}=70$  кПа ( $C_{y1} = 1,475 \times 10^5$  Н/м) и  $\bar{\alpha} = 5^\circ$ ; 4 –  $p_{ш}=70$  кПа ( $C_{y1} = 1,475 \times 10^5$  Н/м) и  $\bar{\alpha} = 20^\circ$ ; 5 –  $v_{собств} = 0,7$  Гц.

### Выводы

Проведенные на примере автомобиля Урал-4320 исследования показали, что частота собственных колебаний в плоскости дороги может принимать значения менее 0,7 Гц, что создаёт условия для возникновения резонанса и сдвига колебаний по фазе, а значит – нарушения управляемости и устойчивости автомобилей.

Полученные зависимости позволяют определять соотношения суммарных боковых жесткостей передних и задних колес автомобиля, при которых частота собственных колебаний исследуемого автомобиля в плоскости дороги будет соответствовать верхнему пределу способности человека производить поворот при маневрах с двойным переходом с одной полосы на другую. Оптимальными значениями, с точки зрения обеспечения управляемости и устойчивости снаряженного автомобиля Урал-4320 при установившемся движении, являются значения  $C_{y1} = C_{y2} = 4,584 \times 10^4$  Н/м. Для полностью груженого исследуемого автомобиля оптимальными значениями являются  $C_{y1} = C_{y2} = 9,293 \times 10^4$  Н/м.

Если выбором значений суммарных боковых жесткостей передних и задних колес автомобиля достичь  $v_{возм}^{max} \geq 0,7$  не удастся, рекомендуется применение системы динамической стабилизации курсового угла и радиуса поворота автомобиля.

### Литература

1. Forkenbrock G. An Assessment of Human Driver Steering Capability [Электронный ресурс] / G. Forkenbrock, E. Devin // NHTSA Technical Report, DOT HS 809875, – 2005. – Режим доступа к жур.: [http://www-nrd.nhtsa.dot.gov/vrtc/ca/capubs/HTSA\\_forkenbrock\\_driversteering\\_capabilityrpt.pdf](http://www-nrd.nhtsa.dot.gov/vrtc/ca/capubs/HTSA_forkenbrock_driversteering_capabilityrpt.pdf).
2. Электронные системы контроля устойчивости: ECE/TRANS/180/ Add.8 – Введены в Глобальный регистр. 2008– 06–26. – Женева: Глобальный регистр. Организация объединённых наций, 2008. – 116 с.
3. Подригало М.А. Управляемость колесных машин при установившемся движении / М.А. Подригало, Д.М. Клец, В.И. Гацько // Автомобильный транспорт: сб. науч. тр. – 2011. – Вып. 29. – С. 117–125.
4. Маневренность и тормозные свойства колесных машин / М.А. Подригало, В.П. Волков, В.И. Кирчатый, А.А. Бобшко; под. ред. М.А. Подригало. – Х.: ХНАДУ, 2003. – 403 с.

Рецензент: В.И. Клименко, профессор, к.т.н., ХНАДУ.

Статья поступила в редакцию 17 января 2013 г.