

## Секція 6. ФІНАНСОВИЙ МЕНЕДЖМЕНТ

### МОДЕЛЮВАННЯ ДЕЯКИХ ПРОЦЕСІВ ІНВЕСТИВАННЯ З ВИКОРИСТАННЯМ ПОРТФЕЛЯ ОПЦІОНІВ

*Нікітіна Д. О., студентка*

*Науковий керівник: Яковенко О. Г., д. т. н., професор  
Дніпропетровський національний університет імені О. Гончара*

Збільшення об'єму фінансових операцій з деривативами останнім часом зумовило активні дослідження різних математичних моделей, які описують поведінку цих активів на ринку, їх дохідність. В 21 сторіччі залежність фондового ринку від іноземного капіталу починає стрімко зростати, що призводить як до погіршення, так і до покращення показників ліквідності на ньому в зв'язку з впливом ситуації на світовому фінансовому ринку. На даний момент цінні папери є одним з найпоширеніших фінансових інструментів, оскільки дозволяють отримати прибуток при мінімальних витратах.

Тому аналіз існуючих та створення нових математичних моделей оцінювання похідних фінансових інструментів на ринку є актуальним на сьогодні.

Метою статті є чітка формалізація оптимізаційної моделі максимізації прибутку від інвестування в портфель опціонів, враховуючи коливання цін за базовими активами.

Опціон - строкова угода, за якою одній стороні - покупцеві опціону надається виключне та безумовне право вибору здійснювати операцію купівлі-продажу. Друга сторона - продавець опціону зобов'язана виконувати рішення покупця опціону і не має права відмовитися від своїх зобов'язань [1].

Оптимальним портфелем опціонів будемо вважати такий набір, при якому очікуваний прибуток від його реалізації у певний момент часу буде найбільшим.

Залежно від того, яке право зафіксовано в контракті (купити або продати актив), виділяють два типи опціонів.

Опціон пут (PUT) дає право його власникові продати базисний інструмент.

Відповідно, опціон колл (CALL) передбачає право його власника придбати базовий актив. На біржі одночасно обертаються обидва типи опціонів [2].

Нехай маємо  $P_i$  - ціну виконання опціону CALL, а також ціни продажу  $C_{yi}$  та купівлі  $\tilde{C}_{yi}$  опціону CALL з  $P_i$  ціною виконання у початковий момент часу.

Нехай маємо  $P_j$  - ціну виконання опціону PUT, а також ціни продажу  $C_{xi}$  та купівлі  $\tilde{C}_{xi}$  опціону PUT з  $P_j$  ціною виконання у початковий момент часу.

Ціни на купівлю та продаж відрізняються на величину "штрафу", що являє собою вартість складання контракту з купівлі-продажу на біржі [3].

Позначимо через  $y_i$  - кількість проданих опціонів CALL з ціною  $P_i$  у портфелі, а через  $\hat{y}_i$  - кількість куплених опціонів CALL з ціною  $P_i$  у портфелі.

Позначимо через  $x_j$  - кількість проданих опціонів PUT з ціною  $P_j$  у портфелі, а через  $\hat{x}_j$  - кількість куплених опціонів PUT з ціною  $P_j$  у портфелі;

$i = \overline{1, n}; j = \overline{1, n}$ , де  $n$  - задана кількість рівнів цін, на які виписуються опціони на ринку.

Оскільки кількість опціонів на ринку є скінченною величиною, додатково отримаємо обмеження:  $y_i \leq a_i; \hat{y}_i \leq c_i; x_j \leq b_j; \hat{x}_j \leq d_j$ , де  $a_i, b_j, c_i, d_j$  - відповідна кількість відповідних опціонів на ринку.

На початковий момент часу маємо:

при купівлі опціонів CALL, грошовий потік складає:

$$\sum_1^n \hat{y}_i \times \tilde{C}_{yi} \quad (1)$$

при продажу опціонів CALL, грошовий потік складає:

$$-\sum_1^n y_i \times C_{yi} \quad (2)$$

при купівлі опціонів PUT, грошовий потік складає:

$$\sum_1^n \hat{x}_i \times \tilde{C}_{xi} \quad (3)$$

при продажу опціонів PUT, грошовий потік складає:

$$-\sum_1^n \hat{x}_i \times \tilde{C}_{xi} \quad (4)$$

Позначимо наявну кількість грошей (початковий капітал) як  $K$  та отримаємо нерівність:

$$\sum_1^n (\hat{y}_i \times \tilde{C}_{yi} + \hat{x}_i \times \tilde{C}_{xi} - y_i \times C_{yi} - x_i \times C_{xi}) \leq K \quad (5)$$

У кінцевий момент часу:

1) Якщо реальна ціна базового активу виявилася менша ніж вказана в опціоні  $P_0 < P_i$ , тоді відбувається продаж за ціною, вказаній в опціоні пут та залишається нереалізованим опціон на покупку:

$$P_i \times \hat{x}_i - P_0 \times \hat{x}_i - P_i \times x_i + P_0 \times x_i = (P_i - P_0) \cdot \hat{x}_i - (P_i - P_0) \cdot x_i \quad (6)$$

2) Якщо реальна ціна базового активу виявилася вища ніж вказана в опціоні  $P_0 > P_i$ , тоді відбувається покупка активів за нижчою ціною, вказаній в опціоні та залишається нереалізованим опціон на продаж:

$$-P_i \times \hat{y}_i + P_0 \times \hat{y}_i + P_i \times y_i - P_0 \times y_i = (P_i - P_0) \cdot y_i - (P_i - P_0) \cdot \hat{y}_i \quad (7)$$

Тоді прибуток (збиток) від певного портфелю опціонів з однаковою ціною виконання буде мати вигляд:

$$\Pi_i = \begin{cases} (P_i - P_0) \cdot \hat{x}_i - (P_i - P_0) \cdot x_i, \text{ якщо } P_i - P_0 \geq 0 \\ (P_i - P_0) \cdot y_i - (P_i - P_0) \cdot \hat{y}_i, \text{ якщо } P_i - P_0 < 0 \end{cases} \quad (8)$$

Визначимо вигляд моделі (розмір прибутку/збитку від певного портфелю опціонів) у динаміці. Для цього необхідно скорегувати формулу (8) на відповідні розміри грошових потоків від купівлі та продажу опціонів CALL та PUT на кожному етапі:

$$\Pi_i = \begin{cases} ((P_i - P_0) - \hat{C}_{x_i}) \cdot \hat{x}_i - ((P_i - P_0) + C_{x_i}) \cdot x_i + C_{y_i} \cdot y_i - \hat{C}_{y_i} \cdot \hat{y}_i, \text{ якщо } P_i - P_0 \geq 0 \\ ((P_i - P_0) + C_{y_i}) \cdot y_i - ((P_i - P_0) - \hat{C}_{y_i}) \cdot \hat{y}_i + C_{x_i} \cdot x_i - \hat{C}_{x_i} \cdot \hat{x}_i, \text{ якщо } P_i - P_0 < 0 \end{cases} \quad (9)$$

Тобто, якщо реальна ціна базового активу виявиться меншою за вказану в опціоні, то відповідний розмір прибутку необхідно скорегувати на величину грошового потоку від купівлі опціону-кол (1) в даний момент часу, а також на розмір грошового потоку від продажу опціону-кол (2) в даний момент часу.

Якщо реальна величина базового активу виявиться більшою за вказану в опціоні, то відповідний розмір прибутку необхідно скорегувати на величину грошового потоку від купівлі опціону-пут (3) в даний момент часу, а також на розмір грошового потоку від продажу опціону-пут (4) в даний момент часу.

Величина  $P_0$  є невідомою, відомими є лише ймовірності  $\text{Pr}_i$  цін базового активу  $P_{0j}$ . Тобто шуканим є не сам прибуток, а величина його математичного сподівання:

$$M_i = \sum_{j=1}^m \text{Pr}_j \cdot \Pi_{ij} \quad (10)$$

$M_i$  – очікуваний прибуток при формуванні портфелю опціонів з однаковою ціною виконання. Також можуть бути присутні опціони з декількома рівнями цін виконання. Тож, загальний прибуток складе:

$$\sum_{i=1}^n M_i = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m Pr_j \cdot P_{ij} \quad (11)$$

Перевагою даної моделі є урахування цінових очікувань за базовими активами, тобто побудована модель дає можливість розрахувати та максимізувати прибуток від інвестування в портфель опціонів навіть при відсутності інформації щодо реальних цін базових активів на кінець періоду. Також до переваг можна віднести можливість автоматизованого розв'язку моделі із будь-якою заданою користувачем (інвестором) кількістю рівнів цін, врахування моделлю змін рівнів цін на ринку деривативів у динаміці, а також можливістю порівняльного аналізу отриманих результатів в залежності від зміни розподілу цінових очікувань на базові активи.

### Література.

1. Постанова Правління Національного банку України "Про схвалення Методичних рекомендацій щодо організації та функціонування систем ризик-менеджменту в банках України" (Методичні рекомендації, п.1.8) 02.08.2004
2. Іващук Н.Л. Ринок деривативів: економіко-математичне моделювання процесів ціноутворення: Монографія. - Львів: Видавництво Національного університету "Львівська політехніка", 2008. – 472 с.
3. Яковенко О.Г., Заворотченко К.М. Моделі ціноутворення опціону та побудова портфеля опціонів - Дніпропетровськ, 2011.

## МЕТОДИКА ЕКСПРЕС-ДІАГНОСТИКИ ФІНАНСОВОГО СТАНУ ПІДПРИЄМСТВА

*Іщенко С. В., Бохан В. В., студенти  
Науковий керівник: Герасимова О. Л., к.т.н., доцент  
ДВНЗ «Придніпровська державна академія будівництва та архітектури»*

Система діагностики фінансового стану підприємства – це сукупність взаємопов'язаних елементів, які мають будь-яке відношення до фінансового стану підприємства та підприємства в цілому, які формуються за допомогою алгоритмів, методик, підходів, принципів, механізмів, інструментарію діагностики тощо, з метою простежування, виявлення, встановлення, прогнозування фінансового стану підприємства.