

УДК 532.5:627.13

СИЛИ, ЯКІ ВПЛИВАЮТЬ НА РУХ ЧАСТИНОК НАНОСІВ В УМОВАХ ПАСМОВОГО ДНА

О.С. Славінська, професор, д.т.н., Національний транспортний університет, м. Київ

Анотація. Представлено комплекс силових факторів, які безпосередньо впливають на стійкість донних структур, і запропоновано ряд залежностей для визначення складових: сил опору руху частинок наносів, підйомної та обертальної сил у процесі сальтації.

Ключові слова: неоднорідний потік, пасмове дно, метод усереднювання, сила опору руху.

СИЛЫ, ВЛИЯЮЩИЕ НА ДВИЖЕНИЕ ЧАСТИЦ НАНОСОВ В УСЛОВИЯХ ГРЯДОВОГО ДНА

Е.С. Славинская, профессор, д.т.н., Национальный транспортный университет, г. Киев

Аннотация. Представлен комплекс силовых факторов, которые непосредственно влияют на устойчивость донных структур, и предложен ряд зависимостей для определения составляющих: сил сопротивления движению частиц наносов; подъёмной и вращательной сил в процессе сальтации.

Ключевые слова: неоднородный поток, грядовое дно, метод осреднения, сила сопротивления движению.

FORCES INFLUENCING DRIFT PARTICLES MOTION IN CONDITIONS OF SEDIMENT RIDGE BOTTOM

E. Slavinskaya, Professor, Doctor of Technical Science, National Transport University, Kyiv

Abstract. The paper presents a set of power factors which directly affect the stability of bottom structures as well as a number of dependencies to determine the following components: the resistance to sediment particles movement, lifting and rotational forces during saltation are suggested.

Key words: inhomogeneous flow, ridge bottom, averaging method, resistance force.

Вступ

В галузі будівництва та експлуатації мостових переходів накопичено великий експериментальний матеріал з динаміки руслових процесів та відомо цілий ряд методів різної складності з визначення розмірів руслових деформацій. Існуючі на сучасному етапі методи розрахунку розмивів не дозволяють в повній мірі враховувати особливі специфіки, яку вносять в течію мостові переходи, що призводять до штучного стиснення в зоні впливу, утворення водоворотних областей,

перерозподілу швидкостей по вертикалі і ширині потоку та зміни його транспортуючої здатності, і, як наслідок, – до небажаних деформацій русел.

Відомі моделі таких складних течій враховують лише частину цих особливостей: переважно пристосовані для визначення динамічних характеристик водного середовища як однорідного; не враховують інерційності руслових форм та впливів рециркуляційних зон пасмової структури дна на напрямок течії потоку.

Переміщення донних наносів у природних умовах носить дискретний характер. На певній ділянці річки витрата наносів уздовж осі потоку розподілена нерівномірно: відбувається не тільки зростання і зменшення витрати донних наносів, але і розриви цієї функції, пов'язані з поперечним і зворотним перенесенням твердих частинок, а також їх зупинкою.

Взагалі у русловому потоці наноси можуть існувати у чотирьох станах: нерухомому, тягнення, сальтації і зваженому. Їм відповідають три групи граничних умов переходу від одного стану до іншого. Теоретичне вивчення сальтаційного виду руху наносів украй ускладнене; внаслідок того, що взаємодія частинок з рідиною є нелінійною, сам рух нестаціонарний і відбувається поблизу твердої шорсткої границі потоку. Експериментальні дослідження є вельми трудомісткими, і тому число робіт, що містять дані з коректною оцінкою міри їх достовірності, невелике.

Сальтація вважається найбільш загальним видом руху, а тягнення і зважування розглядаються як граничні випадки сальтації за довжини стрибка від 0 до ∞ .

Аналіз публікацій

Експериментальні дослідження процесів втрати стійкості донних частинок описувалися у науковій літературі багато разів і достатньо детально, наприклад у [1–14]. Умови ж початку руху наносів трактуються різними авторами неоднозначно, відповідні види емпіричних залежностей отримані багатьма різними авторами, детально розглядаються у монографіях К.В. Грішаніна [10] та М.М. Грішина [3]. Широкий спектр досліджень впливу форми часток наносів на початкову швидкість тягнення представлено у роботах В.В. Романовського [4–6].

Невирішеним також є питання про механізм відриву частинок від дна, нечітко визначено межу використання існуючих теоретичних схем руху придонних наносів. Погляди різних дослідників на причину виникнення стрибкоподібного руху і умови його існування вельми суперечливі. В роботі М.М. Грішина [3] розглянуто три гіпотези причини відриву частинок від дна. За експериментами було встановлено, що пружні частинки, з більшою щільністю та коефіцієнтом відновлення e відносно швидкості після удару відривалися від дна частіше і з більшою вертикальною швидкістю, ніж менш пружні.

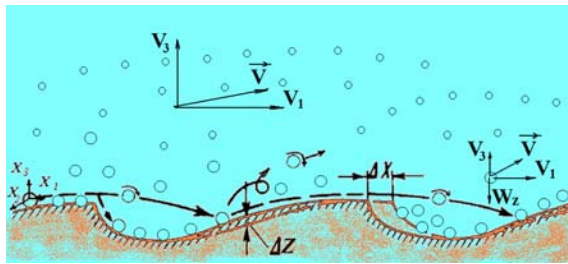
Останнім часом інтенсивно розвиненим є напрям механіки багатокомпонентних середовищ, пов'язаний з розглядом рівнянь для функцій розподілу частинок за швидкостями і переходом від цих рівнянь до динамічних [15–18]. Результати цих досліджень переважно використовуються у газових потоках і майже не застосовуються у фізиці руслових процесів.

Ціль та постановка завдання

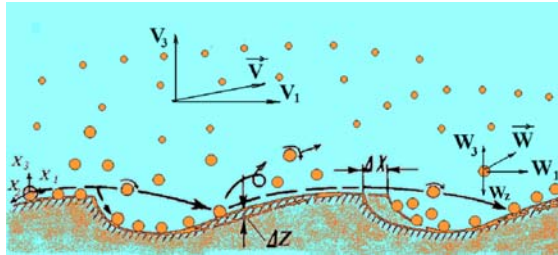
На підставі аналізу існуючих експериментальних та натурних досліджень річкових потоків встановлено, що рух руслоутворюючих наносів відбувається, головним чином, у вигляді переміщення дискретних руслових форм, а їх розвиток помітно відстає від змін у водному середовищі. Ці обставини свідчать про неможливість використання існуючих моделей однорідних потоків, які суттєво схематизують всі явища та процеси, що відбуваються руслових потоках. Мета даної роботи: представити комплекс залежностей для визначення складових: сил опору руху часток наносів; підйомної та обертальної сил, інерційних сил, які зумовлюють процес сальтації донних наносів.

Обґрунтування вибору методу усереднювання для опису динаміки транспорту наносів

Явище прилипання рідини до поверхонь твердих частинок, занурених у неї, дозволяє розглядати зависенесний потік, що заповнює певну область простору, як неоднорідне суцільне середовище. Основна його відмінність від однорідного середовища полягає у наявності межі розділу фаз, є розривною поверхнею (рис. 1). За фізичну характеристику стану цього середовища доцільно приймати густину неоднорідного середовища як суму густин окремих його складових. Якщо ж розглядати рідку або тверду фазу окремо, то вони не заповнюють повністю весь об'єм, зайнятий зависенесним потоком, і, по відношенню до нього, не є суцільним середовищем. Отже, гідродинамічні характеристики фаз – це розривні функції координат і часу, які не можуть бути продиференційовані у рамках класичного математичного аналізу, що створює певні труднощі при складанні диференціальних рівнянь руху фаз методами механіки однорідного суцільного середовища.



а



б

Рис. 1. Схема природного потоку як гетерогенного середовища: а – однорідний потік; б – неоднорідний потік

Оскільки поняття однорідного суцільного середовища тісно пов'язане з уявленням про безперервність його фізичних характеристик стану і руху у просторі, для побудови континуальної моделі руху тієї або іншої фази необхідно перейти від розривних фізичних і гідродинамічних характеристик цієї фази до безперервних характеристик, що диференціюють у просторі та часі по всій області, яка зайнята зависенесним потоком. Такий перехід має місце при отриманні динамічних рівнянь для твердої або рідкої фази методом усереднювання. У континуальній механіці сумішей широко застосовуються методи просторового і тимчасового усереднювання [19, 20]. Використання цих методів вважається необхідним у теорії турбулентних зависенесних потоків, оскільки поля гідродинамічних величин у цих потоках характеризуються різкою мінливістю у просторі – часі. Слід розрізнявати дві концепції складання усереднених рівнянь зависенесного потоку: безперервну, що відповідає послідовному усередненню, і дискретну, відповідну поодинокому. В основі визначень названих концепцій лежить той факт, що на стадії усереднювання, відносно турбулентних рухів твердої або рідкої фази, її миттєві характеристики є безперервними функціями координат і часу при послідовному усереднюванні по простору і часу, і розривними функціями при поодинокому просторово-часовому усеред-

нюванні. У науковій літературі, присвяченій виведенню рівнянь зависенесного потоку методом усереднювання, широке застосування отримала безперервна концепція [19, 20]. Основи дискретної концепції було закладено у працях Ф.І. Франкля [21].

Основна відмінність між усередненими рівняннями, складеними у рамках безперервної і дискретної концепцій, полягає у тому, що у першому випадку вони містять моменти кореляції пульсацій об'ємної концентрації і швидкостей фаз, тоді як у другому випадку, ці моменти в явному вигляді відсутні.

Це дозволяє зробити важливий висновок: на відміну від усереднених швидкостей часток наносів \tilde{W}_i , водного середовища \tilde{V}_i , характерних для дискретної концепції, усереднені швидкості \bar{W}_i і \bar{V}_i у безперервній концепції визначаються не всією сукупністю гідродинамічних процесів, що відбуваються у зависенесному потоці, і у цьому сенсі вони є не істинними, а фіктивними швидкостями, які не піддаються прямому виміру. Неврахування цієї обставини може бути причиною логічних суперечностей будь-якої теорії зависенесного потоку, побудованої у рамках безперервної концепції.

При розгляді течій у неоднорідних потоках прийнято користуватися процедурою усереднення з ваговою функцією (густиною), де змінна величина також розкладається на усереднену та пульсаційну

$$f = \tilde{f} + f'' \tag{1}$$

При цьому усередненні величини визначають як

$$\tilde{f} = \overline{\rho f} / \bar{\rho} \tag{2}$$

Усереднені за часом пульсації (із двома штрихами (f'')) у загальному випадку відмінні від нуля, якщо тільки $\rho' \neq 0$. Насправді, можна показати, що $\overline{f''} = -\overline{\rho' f'} / \bar{\rho}$. Але середне за часом від добутку пульсації (f'') і густини дорівнює виразу

$$\overline{\rho f''} \equiv 0 \tag{3}$$

Вираз (3) обґрунтовується шляхом розкладання $\overline{\rho f} = \overline{\rho(\tilde{f} + f'')}$ та використовуючи

визначення \tilde{f} . Слід відмітити, що такий підхід застосовується для усереднення тільки компонентів, які містять складові швидкостей. Густина і тиск усереднюються звичайним послідовним способом у просторі, потім у часі.

Аналіз складових сил, що впливають на частки наносів

На відміну від гладкої фази руху наносів, коли взаємодія потоку із дном має загальний характер, витрата наносів з пасмовим дном повинна залежати не тільки від характеристик часток та параметрів несного середовища, але й від анізотропних властивостей його турбулентного стану. Основну роль у процесі турбулентного перемішування мають когерентні структури, існування яких було виявлено багато років тому назад, однак на необхідність їх вивчення спеціалісти почали звертати увагу досить недавно [3–9].

Згідно матеріалів досліджень, представлених у роботах [2], обніжжя пасма має своєрідну кінематичну структуру. Спереду гребеня пасма, в обніжжі можна спостерігати вальця з горизонтальною віссю, перпендикулярною напрямку течії потоку.

За експериментальними даними та схемою структури пасма, запропонованою у роботах [2, 4], розділимо профіль пасма на три зони: I – середню, II – хвостову, III – обніжжя (рис. 2). Переміщення пасма складе ΔX . Приріст твердої витрати у зоні III буде $\Delta Q_S = q_S \Delta Z$. Запропонована геометрична схема за характером взаємодії потоку з дном відповідає наступним процесам: I зона – обмін часток між потоком та дном збалансований або відсутній ($\Delta Q_S = 0$), II зона – найбільш інтенсивна взаємодія часток з потоком ($\Delta Q_S > 0$), III зона – акумуляція ($\Delta Q_S < 0$).

Найбільш загальним видом руху часток наносів вважається сальтаційний, а тягнення та зависання розглядаються як межовий випадок сальтації за довжиною стрибка, яка прагне відповідно до 0 або до ∞ . Частки, що рухаються стрибкоподібно, активно беруть участь у формуванні транспорту донних наносів та полів мутності завислих часток. Стрибкоподібний рух часток обмежений шаром з максимальною товщиною 10 діаметрів [8]. На частку (рис. 2), яка рухається стрибкоподібно, діють наступні сили: сила

приєднаних мас; сила тяжіння F_G ; сила опору F_D , спрямована протилежно від напрямку швидкості частки відносно потоку U_r ; гідродинамічна сила рідини, яка має дві складові – підйомну силу (поступальну) F_L та обертальну F_ω , нормальну до сили опору F_D . На висхідній частині траєкторії вертикальна компонента сили опору рідини F_D та гравітаційна сила F_G напрямлені донизу, на низхідній частині – їх напрямки протилежні. На рух частки можуть впливати не тільки гравітаційні сили, але й миттєві турбулентні імпульси, спрямовані переважно догори. Коли має місце удар частки об поверхню дна, може виникати явище відскакування від неї.

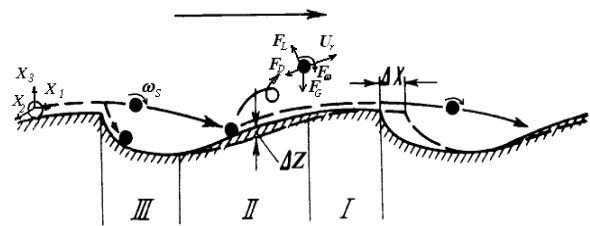


Рис. 2. Схема пасмового переміщення наносів

Детально розглянемо сили, які впливають на рух часток наносів в умовах пасмового дна.

Сила приєднаних мас

У процесі руху частки у потоці об'єм рідини, який нею витісняється, переміщується у зворотному напрямку, обтікає частку та заміщує звільнене нею місце [3]. Безпосередньо до частки приєднується маса рідини, яка рухається разом з часткою. Таким чином на кожен з часток впливає так звана інерційна сила, що характеризує прискорення приєднаної маси частки відносно оточуючої рідини. Масу множини часток можна визначити на основі мутності потоку

$$m_S n_S = \rho_S = \rho_S^0 S, \quad (4)$$

де S – мутність потоку; ρ_S^0 – густина частки наносів, $\rho_S^0 = 2650 \text{ кг/м}^3$; n_S – множина часток, $n_S = \frac{\rho_S}{m_S} = \frac{S}{C_{\Phi 1} D^3}$.

Силу приєднаних мас, що впливає на одну частку, визначають як $f_m = C_m C_{\Phi 1} D^3 \rho_L^0 \left(\frac{d\vec{V}}{dt} - \frac{d\vec{W}}{dt} \right)$, а на множини часток

$$F_m = C_m \left(\frac{d\bar{V}}{dt} - \frac{d\bar{W}}{dt} \right) \frac{\rho_S}{a_S}, \quad (5)$$

де ρ_L^0 – густина води, $\rho_L^0 = 1000 \text{ кг/м}^3$; $C_{\Phi 1}$ – перший коефіцієнт форми частки наносів, дорівнює відношенню об'єму частки до діаметра рівновеликого шару у третьому ступені, $C_{\Phi 1} = \pi/6$; C_m – додатковий коефіцієнт маси, або коефіцієнт приєднаної маси, залежить від в'язкості середовища; D – діаметри частки наносів, м;

$$a_S = \rho_S^0 / \rho_L^0 = 2,65.$$

Врахування сили приєднаних мас за рівнянням (5) викликає певні складності при моделюванні рівнянь переносу та їх подальшої реалізації. Тому приймемо припущення [3], що приєднана рідина рухається зі швидкістю часток наносів

$$F_m = C_m \frac{d\bar{W}}{dt} \frac{\rho_S}{a_S}. \quad (6)$$

Запишемо рівняння руху окремо для твердої фази та несного середовища, з урахуванням сили приєднаних мас

$$\rho_S \frac{dW_i}{dt} = -C_m \frac{dW_i}{dt} \frac{\rho_S}{a_S} - F_{GS} + F_i, \quad (7)$$

$$\rho_L \frac{dV_i}{dt} = C_m \frac{dW_i}{dt} \frac{\rho_S}{a_S} - F_{GL} - \frac{\partial p}{\partial x_i} + \frac{\partial \tau_{ij}}{\partial x_j} - F_i, \quad (8)$$

де W_i , V_i – складові сил, відповідно для твердої та рідкої фаз; F_i – сили міжфазної взаємодії; F_{GS} , F_{GL} – сили тяжіння, відповідно для твердої та рідкої фаз.

Далі перетворимо рівняння (7), (8) як

$$\rho_S \left(1 + \frac{C_m}{a_S} \right) \frac{dW_i}{dt} = -F_{GS} + F_i$$

та $\rho_L \frac{dV_i}{dt} - C_m \frac{dW_i}{dt} \frac{\rho_S}{a_S} = -F_{GL} - \frac{\partial p}{\partial x_i} + \frac{\partial \tau_{ij}}{\partial x_j} - F_i$

або

$$\rho_S \frac{dW_i}{dt} = (-F_{GS} + F_i) \left(1 + \frac{C_m}{a_S} \right)^{-1}$$

та

$$\rho_L \frac{dV_i}{dt} = \frac{C_m}{a_S} (-F_{GS} + F_i) \left(1 + \frac{C_m}{a_S} \right)^{-1} - \frac{\partial p}{\partial x_i} + \frac{\partial \tau_{ij}}{\partial x_j} - F_{GL} - F_i.$$

Таким чином рівняння (7), (8) можна представити як

$$\rho_S \frac{dW_i}{dt} = -\alpha_m F_{GS} + \alpha_m F_i, \quad (9)$$

$$\rho_L \frac{dV_i}{dt} = -\frac{\partial p}{\partial x_i} + \frac{\partial \tau_{ij}}{\partial x_j} - F_{GS} \frac{C_m}{a_S} \alpha_m - F_{GL} - F_i \left(1 - \frac{C_m}{a_S} \alpha_m \right), \quad (10)$$

де α_m – коефіцієнт,

$$\alpha_m = (1 + C_m/a_S)^{-1}. \quad (11)$$

Сила опору руху

Сила опору руху утворена тиском та силами тертя в'язкого шару. У придонному пасмовому шарі частіше за все зустрічаються частки наносів неправильної обкатаної форми; рухаються вони не рівномірно за турбулентною течією. Названі чинники змінюють, іноді дуже суттєво, умови обтікання частки та величину сили опору. Величина сили опору залежить від таких факторів як нелінійність зв'язку з швидкістю потоку, нестационарність обтікання, взаємодія з межами потоку, вплив інших часток. Залежність сили опору від швидкості руху відносно рідини можна представити як

$$f_D = \frac{1}{2} C_D \rho_L^0 C_{\Phi 2} D^2 (\bar{V} - \bar{W}) |\bar{V} - \bar{W}|, \quad (12)$$

де \bar{V} , \bar{W} – вектори швидкостей несного середовища, твердої фази; C_D – коефіцієнт опору частки, залежить від форми частки та умов її руху.

Коефіцієнт опору частки визначають чотирма розмірними величинами: діаметром частки D , густиною ρ_L та в'язкістю середовища μ_{SL} , відносно швидкістю U_r

$$\tilde{U}_{ri} = \tilde{V}_i - \tilde{W}_i + \delta_{i3} \tilde{W}_z. \quad (13)$$

Ці величини мають три незалежні розмірності, з них можна скласти тільки один безрозмірний параметр [3] – число Рейнольдса, єдина можлива комбінація якого

$$\text{Re}_S = DU_r \rho_L / \mu_{SL}. \quad (14)$$

Значення коефіцієнта опору для сферичної частки та малих чисел Рейнольдса теоретично визначив Стокс:

$$C_D = 24 \text{Re}_S^{-1}. \quad (15)$$

В науковій літературі існує досить велика кількість формул, що апроксимують стандартну криву опору з визначення коефіцієнта C_D . За рекомендаціями М.М. Грішина, найкраще співпадіння з експериментальними даними, у діапазоні чисел Re_D від 3 до 400, дає формула Клячко

$$C_D = 24 \text{Re}_S^{-1} + 4 \text{Re}_S^{-1/3}. \quad (16)$$

Але для отримання більш точних результатів коефіцієнт опору руху краще використовувати у комплексі з поправковим коефіцієнтом на нестационарність $\phi_{Dt} = 1, 1 \div 1, 2$, за рекомендаціями [20]. У роботі Нігматуліна [20] запропоновано враховувати стисненість обтікання або присутність сусідніх часток і коректувати коефіцієнт опору поправкою на вплив інших часток, що рухаються поруч

$$\phi_{DS} = (1 - \beta_S)^{-1} = 1 + 3/2 \bar{S}^{-1/3} + 9/4 \bar{S}^{-2/3} + 15/8 \bar{S} + O(\bar{S}^{4/3}) \quad (17)$$

або

$$\beta_S = \frac{3}{2} \frac{(\bar{S}^{-1/3} - \bar{S})}{1 - \bar{S}}. \quad (18)$$

Силу опору можна представити як

$$F_D = \frac{1}{2} \phi_{Dt} \phi_{DS} C_D \rho_L^0 C_{\Phi 2} D^2 (\bar{V} - \bar{W}) |\bar{V} - \bar{W}|. \quad (19)$$

Таким чином запишемо вираз для сили опору, яка діє на одну частку, з урахуванням поправок на нестационарність та присутність сусідніх часток (17), а також формули для коефіцієнта опору (16) та числа Рейнольдса (14)

$$f_D = \frac{1}{2} \rho_L^0 C_{\Phi 2} D^2 U_r U_{ri} \times \left(24 \left(\frac{U_r D}{\nu} \right)^{-1} + 4 \left(\frac{U_r D}{\nu} \right)^{-1/3} \right) \quad (20)$$

або

$$f_D = 12 \rho_L^0 C_{\Phi 2} D^2 U_{ri} U_r \left(\frac{D}{\nu} \right)^{-1} + 2 \rho_L^0 C_{\Phi 2} D^2 U_{ri} U_r^{2/3} \left(\frac{D}{\nu} \right)^{-1/3}. \quad (21)$$

Представимо всі величини у формулі (21) у вигляді суми осередненої та пульсаційної складових; усереднення будемо проводити за ваговою функцією, згідно (1)–(3)

$$f_D = 12 \rho_L^0 C_{\Phi 2} D^2 (\tilde{U}_{ri} + U_{ri}''') \left(\frac{D}{\nu_{SL}} \right)^{-1} + 2 \rho_L^0 C_{\Phi 2} D^2 (\tilde{U}_{ri} + U_{ri}''') \tilde{U}_r^{2/3} \times \left[1 + \frac{2 \tilde{U}_{rj} U_{rj}'''}{\tilde{U}_r^2} \right] \left(\frac{D}{\nu_{SL}} \right)^{-1/3}, \quad (22)$$

де $U_r = \tilde{U} (1 + \tilde{U}_j U_j'' \tilde{U}^{-2})$,

$$U_r^{2/3} = \tilde{U}_r^{2/3} \left[1 + \frac{2 \tilde{U}_{rj} U_{rj}''}{\tilde{U}_r^2} \right].$$

Розкриємо дужки і представимо

$$f_D = 12 \rho_L^0 C_{\Phi 2} D^2 \tilde{U}_{ri} \tilde{U}_r \tilde{\text{Re}}_S^{-1} + 12 \rho_L^0 C_{\Phi 2} D^2 U_{ri}'' \tilde{U}_r \tilde{\text{Re}}_S^{-1} + 2 \rho_L^0 C_{\Phi 2} D^2 \tilde{U}_{ri} \tilde{U}_r \tilde{\text{Re}}_S^{-1/3} + 2 \rho_L^0 C_{\Phi 2} D^2 \frac{2 \tilde{U}_{ri} \tilde{U}_{rj} U_{rj}''}{\tilde{U}_r^2} \tilde{U}_r \tilde{\text{Re}}_S^{-1/3} + 2 \rho_L^0 C_{\Phi 2} D^2 U_{ri}'' \tilde{U}_r \tilde{\text{Re}}_S^{-1/3} + 2 \rho_L^0 C_{\Phi 2} D^2 \frac{2 \tilde{U}_{rj} \overline{U_{ri}'' U_{rj}''}}{\tilde{U}_r^2} \tilde{U}_r \tilde{\text{Re}}_S^{-1/3}, \quad (23)$$

де U_r – швидкість відносного руху фаз (з врахування гідравлічної крупності)

$$\tilde{U}_r = \sqrt{\sum_{i=1,2,3} (\tilde{V}_i - \tilde{W}_i + \delta_{i3} \tilde{W}_z)^2}, \quad (24)$$

де δ_{i3} – символ Кронекера.

Для множини часток, з урахуванням (4), вираз для сили опору

$$F_D = \frac{\bar{\rho}_S}{C_{\Phi 1} \rho_S^0 D^3} \left\{ 12 \rho_L^0 C_{\Phi 2} D^2 \tilde{U}_{ri} \tilde{U}_r \tilde{Re}_S^{-1} + \right. \\ + 12 \rho_L^0 C_{\Phi 2} D^2 U_{ri}'' \tilde{U}_r \tilde{Re}_S^{-1} + \\ + 2 \rho_L^0 C_{\Phi 2} D^2 \tilde{U}_{ri} \tilde{U}_r \tilde{Re}_S^{-1/3} + \\ + 2 \rho_L^0 C_{\Phi 2} D^2 \frac{2}{3} \frac{\tilde{U}_{ri} \tilde{U}_{rj} U_{rj}''}{\tilde{U}_r^2} \tilde{U}_r \tilde{Re}_S^{-1/3} + \\ + 2 \rho_L^0 C_{\Phi 2} D^2 U_{ri}'' \tilde{U}_r \tilde{Re}_S^{-1/3} + \\ \left. + 2 \rho_L^0 C_{\Phi 2} D^2 \frac{2}{3} \frac{\tilde{U}_{rj} \overline{U_{ri}'' U_{rj}''}}{\tilde{U}_r^2} \tilde{U}_r \tilde{Re}_S^{-1/3} \right\}. \quad (25)$$

Розділимо вираз (25) на осереднені та пульсаційні складові сили опору, а також позначимо

$$\gamma_{D1} = \frac{12 C_{\Phi 2} \tilde{U}_r}{C_{\Phi 1} a_S D \tilde{Re}_S}, \quad \gamma_{D2} = \frac{2 C_{\Phi 2} \tilde{U}_r}{C_{\Phi 1} a_S D \tilde{Re}_S^{1/3}},$$

де $a_S = \rho_S^0 / \rho_L^0$.

Усереднена складова для сили опору

$$\tilde{F}_{Di} = \phi_{Dr} \phi_{DS} \left(\frac{\tilde{U}_{ri} \bar{\rho}_S (\gamma_{D1} + \gamma_{D2}) +}{+ \frac{2}{3} \gamma_{D2} \rho_S \frac{\tilde{U}_{rj} \overline{U_{ri}'' U_{rj}''}}{\tilde{U}_r^2}} \right). \quad (26)$$

Сила зсуву при поступальному русі або градієнтна підйомна сила

Для безнапірного потоку (з більш складною швидкісною структурою, у порівнянні з напірними та струменевими потоками) присутній як вертикальний, так і горизонтальний зсув, тобто накладення двох видів зсуву. За високих поперечних та вертикальних градієнтів поздовжньої швидкості, характерних для течій у прилежових шарах, траєкторії часток, у значній мірі визначаються силою зсуву. Підйомна сила, що діє на частки у придонній області потоку, зумовлена, головним чином, підвищенням у напрямку від дна поздовжньої швидкості, яка несиметрично омиває ці частки. У верхній частині тіла, що обтікається поблизу межі потоку, швидкість течії більша, ніж біля нижньої. Відповідно до теореми Бернуллі тиск рідини у верхній частині

тіла повинен бути меншим, ніж у нижній. Таким чином, виникає напрямлена вверху результуюча сила. При віддаленні часток від межі потоку їх обтікання стає більш симетричним, величина градієнтної підйомної сили стає меншою.

Вираз для градієнтної підйомної сили пропонується у вигляді

$$f_L = \frac{1}{2} C_L \rho_L^0 C_{\Phi 2} D^2 U_r^2. \quad (27)$$

де C_L – коефіцієнт підйомної сили.

Детальні оцінки величини коефіцієнта підйомної сили, експериментальні дослідження закономірностей дії підйомної сили представлені у роботах [3, 17].

На основі експериментальних даних у безнапірному потоці [3] отримано наступну залежність для коефіцієнта C_L

$$C_L = 0,23 \frac{dV_i}{dx_3} \frac{D}{U_{ri}} \left(1 + \frac{\Omega_{ri}}{\frac{dV_i}{dx_3}} \right). \quad (28)$$

Представимо всі величини у формулі (28) у вигляді суми осередненої та пульсаційної складових; усереднення будемо проводити за ваговою функцією, згідно (1)–(3)

$$C_L = 0,23 D \left(\frac{d\tilde{V}_i}{dx_3} \tilde{U}_{ri}^{-1} - \frac{d\overline{V_i''}}{dx_3} \overline{U_{ri}''} \tilde{U}_{ri}^{-2} - \right. \\ - \frac{d\tilde{V}_i}{dx_3} \overline{U_{ri}''} \tilde{U}_{ri}^{-2} + \frac{dV_i''}{dx_3} \tilde{U}_{ri}^{-1} + \tilde{U}_{ri}^{-1} \frac{1}{2} \left(\frac{\partial \tilde{V}_k}{\partial x_i} - \frac{\partial \tilde{V}_i}{\partial x_k} \right) - \\ - \tilde{U}_{ri}^{-1} \tilde{\omega}_{jS} + \tilde{U}_{ri}^{-1} \frac{1}{2} \left(\frac{\partial V_3''}{\partial x_1} - \frac{\partial V_1''}{\partial x_3} \right) - \tilde{U}_{ri}^{-1} \omega_{2S}'' - \\ - U_{ri}'' \tilde{U}_{ri}^{-2} \frac{1}{2} \left(\frac{\partial \tilde{V}_k}{\partial x_i} - \frac{\partial \tilde{V}_i}{\partial x_k} \right) + U_{ri}'' \tilde{U}_{ri}^{-2} \tilde{\omega}_{jS} - \\ \left. - U_{ri}'' \tilde{U}_{ri}^{-2} \frac{1}{2} \left(\frac{\partial V_3''}{\partial x_1} - \frac{\partial V_1''}{\partial x_3} \right) + U_{ri}'' \tilde{U}_{ri}^{-2} \omega_{2S}'' \right), \quad (29)$$

де $U_{ri}^{-1} \approx \tilde{U}_{ri}^{-1} (1 - U_{ri}'' \tilde{U}_{ri}^{-1})$, $i = 1, 2$; згідно з рекомендаціями [3]; ω_{jS} – кутова швидкість частки.

Градiєнтна пiдйомна сила, з урахуванням (27) та (29), та потрийних кореляцiй

$$\begin{aligned}
 F_{Li} = & \frac{23}{20} \frac{C_{\Phi 2}}{C_{\Phi 1} a_S} \overline{\left(\frac{d\tilde{V}_i}{dx_3} \tilde{U}_{ri}^{-1} \tilde{U}_{r3} - \right.} \\
 & \left. \frac{dV_i''}{dx_3} U_{ri}'' \tilde{U}_{ri}^{-2} \tilde{U}_{r3} - \frac{d\tilde{V}_i}{dx_3} U_{ri}'' \tilde{U}_{ri}^{-2} \tilde{U}_{r3} + \right. \\
 & \left. + \frac{dV_i''}{dx_3} \tilde{U}_{ri}^{-1} \tilde{U}_{r3} + \tilde{U}_{ri}^{-1} \tilde{U}_{r3} \frac{1}{2} \left(\frac{\partial \tilde{V}_k}{\partial x_i} - \frac{\partial \tilde{V}_i}{\partial x_k} \right) - \right. \\
 & \left. - \tilde{U}_{ri}^{-1} \tilde{\omega}_{jS} \tilde{U}_{r3} + \tilde{U}_{ri}^{-1} \tilde{U}_{r3} \frac{1}{2} \left(\frac{\partial V_3''}{\partial x_1} - \frac{\partial V_1''}{\partial x_3} \right) - \right. \\
 & \left. - \tilde{U}_{r3} \tilde{U}_{ri}^{-1} \omega_{2S}'' - U_{ri}'' \tilde{U}_{ri}^{-2} \tilde{U}_{r3} \frac{1}{2} \left(\frac{\partial \tilde{V}_k}{\partial x_i} - \frac{\partial \tilde{V}_i}{\partial x_k} \right) + \right. \\
 & \left. + \tilde{U}_{r3} U_{ri}'' \tilde{U}_{ri}^{-2} \tilde{\omega}_{jS} - \tilde{U}_{r3} \tilde{U}_{ri}^{-2} \times \right. \\
 & \left. \times \frac{1}{2} U_{ri}'' \left(\frac{\partial V_3''}{\partial x_1} - \frac{\partial V_1''}{\partial x_3} \right) + \tilde{U}_{r3} \tilde{U}_{ri}^{-2} \overline{U_{ri}'' \omega_{2S}''} \right) + \\
 & \left(\frac{d\tilde{V}_i}{dx_3} \tilde{U}_{ri}^{-1} U_{r3}'' - \frac{dV_i''}{dx_3} U_{ri}'' U_{r3}'' \tilde{U}_{ri}^{-2} - \right. \\
 & \left. \frac{d\tilde{V}_i}{dx_3} \tilde{U}_{ri}^{-2} \overline{U_{ri}'' U_{r3}''} + \frac{dV_i''}{dx_3} U_{r3}'' \tilde{U}_{ri}^{-1} + \right. \\
 & \left. + \tilde{U}_{ri}^{-1} U_{r3}'' \frac{1}{2} \left(\frac{\partial \tilde{V}_k}{\partial x_i} - \frac{\partial \tilde{V}_i}{\partial x_k} \right) - U_{r3}'' \tilde{U}_{ri}^{-1} \tilde{\omega}_{jS} + \right. \\
 & \left. + \tilde{U}_{ri}^{-1} \frac{1}{2} U_{r3}'' \left(\frac{\partial V_3''}{\partial x_1} - \frac{\partial V_1''}{\partial x_3} \right) - \tilde{U}_{ri}^{-1} \overline{U_{r3}'' \omega_{2S}''} - \right. \\
 & \left. - \overline{U_{r3}'' U_{ri}'' \tilde{U}_{ri}^{-2}} \frac{1}{2} \left(\frac{\partial \tilde{V}_k}{\partial x_i} - \frac{\partial \tilde{V}_i}{\partial x_k} \right) + \overline{U_{r3}'' U_{ri}'' \tilde{U}_{ri}^{-2}} \tilde{\omega}_{jS} - \right. \\
 & \left. - \tilde{U}_{ri}^{-2} \frac{1}{2} U_{r3}'' U_{ri}'' \left(\frac{\partial V_3''}{\partial x_1} - \frac{\partial V_1''}{\partial x_3} \right) + \tilde{U}_{ri}^{-2} \overline{U_{r3}'' U_{ri}'' \omega_{2S}''} \right). \quad (30)
 \end{aligned}$$

Представимо проєкцiю пiдйомної сили, усередненої складової, без трийних кореляцiй

$$\begin{aligned}
 \tilde{F}_{Li} = & \overline{\rho_S \gamma_L} \left[\tilde{U}_{r3} \left(\frac{d\tilde{V}_i}{dx_3} + \frac{1}{2} \left(\frac{\partial \tilde{V}_k}{\partial x_i} - \frac{\partial \tilde{V}_i}{\partial x_k} \right) - \tilde{\omega}_{jS} - \right. \right. \\
 & \left. \left. - \tilde{U}_{ri}^{-1} \left(\frac{dV_i''}{dx_3} U_{ri}'' + \frac{1}{2} U_{ri}'' \left(\frac{\partial V_k''}{\partial x_i} - \frac{\partial V_i''}{\partial x_k} \right) - \overline{U_{ri}'' \omega_{jS}''} \right) \right] + \\
 & \left(\frac{dV_i''}{dx_3} U_{r3}'' + \frac{1}{2} U_{r3}'' \left(\frac{\partial V_k''}{\partial x_i} - \frac{\partial V_i''}{\partial x_k} \right) - \overline{U_{r3}'' \omega_{jS}''} - \tilde{U}_{ri}^{-1} \times \right. \\
 & \left. \times \left(\frac{d\tilde{V}_i}{dx_3} \overline{U_{ri}'' U_{r3}''} + \overline{U_{r3}'' U_{ri}''} \frac{1}{2} \left(\frac{\partial \tilde{V}_k}{\partial x_i} - \frac{\partial \tilde{V}_i}{\partial x_k} \right) - \overline{U_{r3}'' U_{ri}'' \tilde{\omega}_{jS}} \right) \right], \quad (31)
 \end{aligned}$$

$$\text{де } \gamma_L = \frac{23}{20} \frac{C_{\Phi 2}}{C_{\Phi 1} a_S}.$$

Сила зсуву за рахунок обертального руху або сила Магнуса

Сила Магнуса може суттєво впливати на рух часток, що обертаються, оскільки її величину можна порівнювати з величиною сили опору [3]. Експериментальних досліджень сили Магнуса невелика кількість, теоретичним шляхом досі не отримано залежність чіткого методу для врахування поперечних сил, навіть для стоксових часток [3]. У межах структури пасмового дна вплив сили зсуву за рахунок обертального руху приймає суттєві значення, особливо у зонах підвалля. Обертальний рух часток виникає за рахунок наявності поперечного градієнту поздовжньої швидкості потоку та неспівпадіння центру тяжіння частки з центром прикладання сили опору, за рахунок взаємодії з дном потоку. У процесі поступального руху частка обертається, взаємодіючи з несним середовищем, утягуючи в обертальний рух елементи рідини. У результаті на тій стороні частки, де направлення обтікання та обертання елементів рідини співпадають, тиск буде зниженим, у порівнянні з областю, де ці напрямки протилежні. Внаслідок цього виникає поперечна сила, або сила Магнуса, під дією якої частка буде рухатись в область зниженого тиску [16].

Вираз для сили Магнуса, яка діє на одну частку, у безнапірних потоках можна представити як

$$f_{\omega} = C_{\omega} \rho_L^0 D^3 (\omega_L - \omega_S) U_r = C_{\omega} \rho_L^0 D^3 \Omega_r U_r, \quad (32)$$

де C_{ω} – коефіцієнт підйому від сили обертання.

У водних потоках величина сили Магнуса практично ніколи не визначалася. Майже всі описані результати з дослідження цієї сили були отримані при усталеному режимі обтікання часток. При сальтаційному русі наносів рух часток суттєво нестационарний. М.М. Грішин експериментально оцінив силу Магнуса при нестационарному режимі обтікання часток [3], отримав графіки залежності коефіцієнта пропорційності від часу, згідно якого для сальтаційних часток можна прийняти $C_{\omega} = 0,4$ (для в'язкого потоку).

Запишемо вираз для сили Магнуса, де представимо всі величини у формулі (32) у вигляді суми осередненої та пульсаційної складових, усереднення будемо проводити за ваговою функцією, згідно (1)–(3): сила на одну частку –

$$f_{\omega} = C_{\omega} \rho_L^{\circ} D^3 (\tilde{\Omega}_r + \Omega_r'') (\tilde{U}_r + U_r''); \quad (33)$$

сила на множину часток –

$$F_{\omega} = \gamma_{\omega} \overline{\rho_S} (\tilde{\Omega}_r + \Omega_r'') (\tilde{U}_r + U_r''), \quad (34)$$

де $\gamma_{\omega} = \frac{C_{\omega}}{C_{\Phi 1} a_S}$.

Відповідно усереднену складову можна представити як

$$\tilde{F}_{\omega} = \gamma_{\omega} \overline{\rho_S} (\tilde{\Omega}_r \tilde{U}_r + \overline{\Omega_r'' U_r''}), \quad (35)$$

або

$$\begin{aligned} \tilde{F}_{\omega i} = & \gamma_{\omega} \overline{\rho_S} \left[\left(\frac{1}{2} \left(\frac{\partial \tilde{V}_k}{\partial x_i} - \frac{\partial \tilde{V}_i}{\partial x_k} \right) - \tilde{\omega}_{jS} \right) \tilde{U}_{rk} + \right. \\ & \left. + \frac{1}{2} \left(\frac{\partial V_k''}{\partial x_i} - \frac{\partial V_i''}{\partial x_k} \right) V_k'' - \overline{\omega_{jS}'' V_k''} + \right. \\ & \left. + \frac{1}{2} \left(\frac{\partial W_k''}{\partial x_i} - \frac{\partial W_i''}{\partial x_k} \right) W_k'' - \overline{\omega_{jS}'' W_k''} \right]. \end{aligned} \quad (36)$$

Сила тяжіння

На частку у придонній області діє сила тяжіння. Розглядаючи процеси у придонній області на ділянках рівнинних або передгірських річок, з малим уклоном дна, вертикальна проекція сили тяжіння майже дорівнює її повній величині. Вплив сили тяжіння, з урахуванням дії сили Архімеда, на одну частку можна представити як

$$f_G = C_{\Phi 1} D^3 (\rho_S^{\circ} - \rho_L^{\circ}) g, \quad (37)$$

де $f_A = C_{\Phi 1} D^3 \rho_L^{\circ} g$ – сила Архімеда, яка впливає на одну частку.

Проекція сили тяжіння на вертикальну вісь X_3 з врахуванням дії сили Архімеда для твердої фази річкового потоку і складає

$$\begin{aligned} \overline{F_G} = C_{\Phi 1} D^3 (\rho_S^{\circ} - \rho_L^{\circ}) g \frac{\overline{\rho_S}}{\rho_S^{\circ} C_{\Phi 1} D^3} = \\ = \frac{(\rho_S^{\circ} - \rho_L^{\circ}) g \overline{\rho_S}}{\rho_S^{\circ}}, \end{aligned} \quad (38)$$

або

$$\overline{F_{GS}} = \frac{(\rho_S^{\circ} - \rho_L^{\circ}) g \overline{\rho_S}}{\rho_S^{\circ}} = \left(\overline{\rho_S} - \frac{\rho_S}{a_S} \right) g, \quad (39)$$

де $\overline{F_A} = \rho_L^{\circ} \frac{\overline{\rho_S}}{\rho_S^{\circ}} g = \rho_L^{\circ} \overline{S} g = \frac{\rho_S}{a_S} g$ – сила Архімеда, яка впливає на множину твердих часток.

Таким чином, проекція сили тяжіння на вісь X_3 з врахуванням дії сили Архімеда для рідкої фази може бути представлена у вигляді

$$\overline{F_{GL}} = \left(\overline{\rho_S} + \frac{\rho_S}{a_S} \right) g. \quad (40)$$

Висновки

Існуючі методи розрахунку транспортуючої здатності руслових потоків, як правило, не враховують складного силового поля на частки донних наносів. Детальний аналіз таких полів дозволив виділити та врахувати комплекс силових факторів, які безпосередньо впливають на стійкість донних структур. Відповідно до цього, у роботі запропоновано комплекс залежностей для визначення складових: сил опору руху часток наносів; підйомної та обертальної сил у процесі сальтації. Запропоновані залежності для складових сил міжфазної взаємодії дозволять описати складні процеси переносу, характерні для пасмової структури дна руслового потоку, врахувати чітке розмежування між рухом часток наносів та водного потоку в системах рівнянь переносу для придонної області руслових ділянок мостових переходів.

Література

1. Знаменская Н.С. Донные наносы и русловые процессы / Н.С. Знаменская. – Л. : Гидрометеиздат, 1977. – 191 с.
2. Знаменская Н.С. Грядовое движение наносов / Н.С. Знаменская. – Л. : Гидрометеиздат, 1968. – 188 с.

3. Гришин Н.Н. Механика придонных наносов / Н.Н. Гришин. – М. : Наука, 1982. – 160 с.
4. Романовский В.В. Изучение скорости осаждения крупных наносов / В.В. Романовский // Труды ГГИ. – 1966. – Вып. 132. – С. 90–109.
5. Романовский В.В. Влияние формы крупных частиц наносов и их ориентации в потоке на гидродинамическое сопротивление / В.В. Романовский // Труды ГГИ. – 1969. – Вып. 175. – С. 108–118.
6. Романовский В.В. Исследование начальной скорости влечения частиц наносов / В.В. Романовский // Труды ГГИ. – 1974. – Вып. 210. – С. 130–150.
7. Великанов М.А. Три типа движения речных наносов / М.А. Великанов. – Изд. АН СССР. Энергетика и транспорт, 1963. – № 1. – С. 122–128.
8. Bogardi J. Sediment transport in alluvial streams / J. Bogardi. – Бр.: Akad. Kiado, 1974. – 826 p.
9. Graf W.H. Hydraulics of sediment transport / W.H. Graf. – N.-Y.: McGraw-Hill, 1971. – 513 p.
10. Гришанин К.В. Динамика русловых потоков / К.В. Гришанин. – Л. : Гидрометеиздат, 1979. – 312 с.
11. Великанов М.А. Динамика русловых потоков / М.А. Великанов. – М. : Гостехиздат, 1954. – Т. 1. – 324 с.
12. Великанов М.А. Динамика русловых потоков / М.А. Великанов. – М. : Гостехиздат, 1955. – Т. 2. – 324 с.
13. Nakagawa H. Mechanism of motion of individual sediment particles / H. Nakagawa, T. Tsujimoto // Trans. Jap. Soc. Civ. Eng. – 1976. – Vol. 77. – P. 99–100.
14. Yalin M.S. An expression for bed-load transportation / M.S. Yalin // JHD ASCE. – 1963. – Vol. 89. – № 3. – P. 221–250.
15. Francis J.R.D. Experiments on the motion of solitary grains along the bed of a water stream / J.R.D. Francis // Proc.Roy. Soc. London. – 1973. – Vol. A332, № 1591. – P. 443–471.
16. Шрайбер А.А. Турбулентные течения газозвеси / А.А. Шрайбер, Л.Б. Гавин, В.А. Наумов, В.П. Яценко. – К. : Наук. думка, 1987. – 240 с.
17. Нигматулин Р.И. Методы механики сплошной среды для описания многофазных смесей / Р.И. Нигматулин // ПММ. – 1970. – Т. 34. – С. 1097–1112.
18. Грин А.Е. Динамическая теория взаимодействующих континуумов / А.Е. Грин, П.М. Ибхди // Механика. – 1966. – № 3. – С. 98–108.
19. Нигматулин Р.И. Пространственное осреднение в механике гетерогенных смесей / Р.И. Нигматулин // Проблемы осреднения и построения континуальных моделей механики сплошной среды. – М., 1980. – С. 53–77.
20. Франкль Ф.И. К теории движения взвешенных наносов / Ф.И. Франкль // Докл. АН СССР. – 1953. – Вып. 92, № 2. – С. 247–250.
21. Франкль Ф.И. О системе уравнений движения взвешенных наносов / Ф.И. Франкль // Исследование максимального стока, волнового воздействия и движения наносов. – М., 1960. – С. 132–137.

Рецензент: В.К. Жданюк, профессор, д. т. н., ХНАДУ.

Стаття надійшла до редакції 11 травня 2011 р.