

**ДОРОЖНО-СТРОИТЕЛЬНЫЕ МАТЕРИАЛЫ**

УДК 625.852:624.131.54

**УСОВЕРШЕНСТВОВАННАЯ РЕОЛОГИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ  
АСФАЛЬТОБЕТОНА ПРИ РАБОТЕ НА СЖАТИЕ****В.А. Богомолов, профессор, д.т.н., В.К. Жданюк, профессор, д.т.н.,  
С.В. Богомолов, инженер, ХНАДУ**

*Аннотация.* На примере одноосной модели в работе предложен способ формирования нелинейных вязко-упругих свойств материалов. Предложенная схема впоследствии может быть использована и при 3-D моделировании вязко-упругого поведения, например, асфальтобетона.

*Ключевые слова:* модель Бюргерса, модель Шведова, упругость, вязко-упругость, реологическая модель.

**УДОСКОНАЛЕНА РЕОЛОГІЧНА МОДЕЛЬ АСФАЛЬТОБЕТОНУ  
ПРИ РОБОТІ НА СТИСК****В.О. Богомолов, професор, д.т.н., В.К. Жданюк, професор, д.т.н.,  
С.В. Богомолов, інженер, ХНАДУ**

*Анотація.* На прикладі одновісної моделі в роботі запропоновано спосіб формування нелінійних в'язко-пружних властивостей матеріалів. Запропонована схема надалі може бути використана і при 3-D моделюванні в'язко-пружної поведінки, наприклад, асфальтобетону.

*Ключові слова:* модель Бюргерса, модель Шведова, пружність, в'язко-пружність, реологічна модель.

**IMPROVED RHEOLOGICAL MODEL OF ASPHALT-CONCRETE AT  
CONTRACTION****V. Bogomolov, Professor, Doctor of Technical Science, V. Zhdaniuk, Professor,  
Doctor of Technical Science, S. Bogomolov, engineer, KhNAHU**

*Abstract.* On example of uniaxial model there was offered the method of forming of non-linear viscous-elastic properties of materials. The offered scheme can be further applied at 3-D modeling of viscous-elastic properties, for instance, asphalt-concrete.

*Key words:* Burger's model, Shvedov's model, elasticity, viscous elasticity, rheological model.

**Введение**

Асфальтобетонные покрытия в эксплуатационных условиях подвергаются одновременному воздействию транспортных нагрузок и погодноклиматических факторов. При различных видах воздействий асфальтобетон в

слоях дорожной одежды может проявлять упругие, упруго-вязкие или упруго-вязкопластические свойства. Поведение асфальтобетона в напряженно-деформированном состоянии наиболее полно можно описать с использованием реологических моделей.

### Анализ публикаций

Моделированию работы асфальтобетона в покрытиях дорожных одежд посвящены работы А.М. Богуславского, А.П. Васильева, Л.Б. Гезенцева, В.А. Золотарева [1], В.Д. Казарновского, М.С. Коганзона, В.П. Матуа, Ю.П. Ткачука [2], З.П. Шульмана [3], Я.Н. Ковалева и др. Вместе с тем следует отметить, что в настоящее время требует своего дальнейшего развития направление совершенствования нелинейных реологических моделей.

### Цель и постановка задачи

Целью настоящей работы является построение структурной схемы нелинейной реологической модели асфальтобетона, которая впоследствии может быть использована и при 3-D моделировании его напряженно-деформированного состояния.

### Схема, построенная на основе модели Бюргера

В Харьковском национальном автомобильно-дорожном университете (ХНАДУ) предложена одномерная реологическая модель асфальтобетона при его работе на сжатие. Согласно этой модели схема вычислений сводится к последовательности действий, представленной на рис. 1.

Обобщенное уравнение такой физической модели в интегральном виде можно записать как

$$\begin{aligned} & \frac{\eta_2}{E_1} \cdot \sigma + \beta \cdot \int_t (\sigma - \sigma_{02}) dt + \beta \cdot \frac{E_2}{E_1} \cdot \int_t \sigma dt + \\ & + \alpha \frac{\eta_2}{\eta_1} \cdot \int_t (\sigma - \sigma_{01}) dt + \alpha \cdot \beta \cdot \frac{E_2}{\eta_1} \times \\ & \times \int_t \left[ \int_t (\sigma - \sigma_{01}) dt \right] dt = \eta_2 \varepsilon + \beta \cdot E_2 \int_t \varepsilon dt, \end{aligned} \quad (1)$$

где  $\sigma$  и  $\varepsilon$  – искомые напряжения и относительные деформации в асфальтобетоне;  $E_1, E_2, \eta_1, \eta_2$  – характеристики жесткости и вязкости, обозначены на рис. 1;  $\sigma_{01}, \sigma_{02}$  – пороговые значения напряжений, обозначены на рис. 1;  $t$  – время процессов нагружения и релаксации асфальтобетона;

$\alpha = 1$  при  $\sigma \geq \sigma_{01}$  и  $\alpha = 0$  при  $\sigma < \sigma_{01}$ ;

$\beta = 1$  при  $\sigma \geq \sigma_{02}$  и  $\beta = 0$  при  $\sigma < \sigma_{02}$ .

Основным недостатком такой модели является то, что при выполнении условия  $\sigma(t) < \sigma_{02}$  из работы «выключается» не только вязкий элемент  $\eta_2$ , но и параллельный ему упругий элемент  $E_2$  (см. рис. 1).

При этом упругий элемент  $E_2$  становится абсолютно жестким, что трудно обосновать применительно к реальным физическим телам. В то же время «выключение» из работы одновременно двух элементов ( $\eta_2$  и  $E_2$ ) может привести к определенным затруднениям при экспериментальном определении величин коэффициентов  $\eta_2$  и  $E_2$ .

Эти недостатки можно устранить, если вместо модели Бюргера [3, 5] как основы реологической модели асфальтобетона принять схему с вынесенным вязким элементом остаточных деформаций, представленную на рис. 2 [6].

### Схема, построенная на основе модели с вынесенным вязким элементом остаточных деформаций

Не вдаваясь в подробности результатов промежуточных вычислений, приведем в окончательном виде математическую модель представленной на рис. 2, б реологической модели асфальтобетона:

1. Если

$$\sigma_{01} > \sigma < \sigma_{02}, \quad (2)$$

то модель работает аналогично звену Гука [3] (рис. 3, а).

Уравнение напряженно-деформированного состояния асфальтобетона на этом этапе записывается в виде

$$\sigma = (E_1 + E_2) \varepsilon, \quad (3)$$

где  $\sigma$  – напряжение сжатия в элементе;  $\varepsilon$  – относительная деформация.

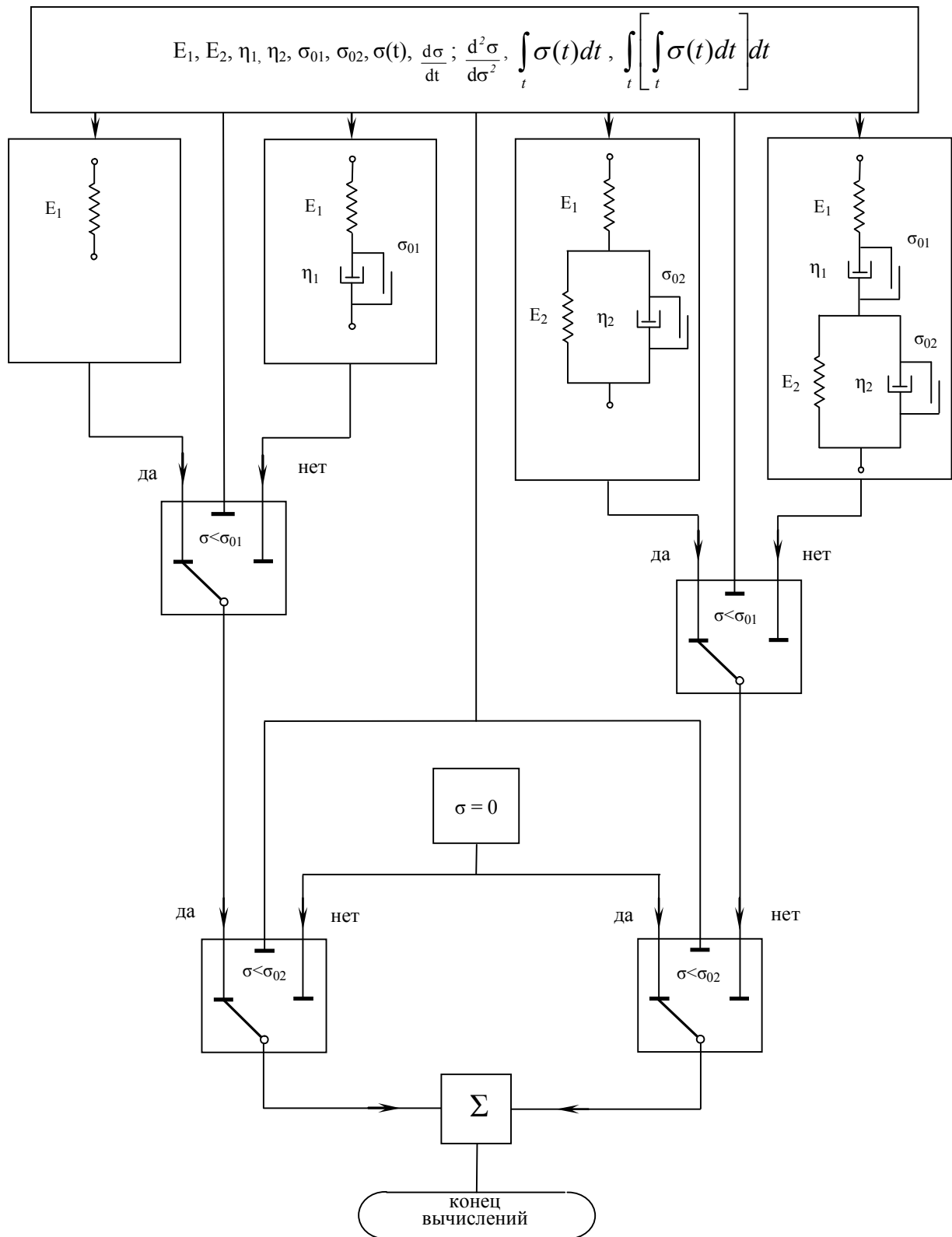


Рис. 1. Схема вычислений согласно реологической модели асфальтобетона, построенной на основе модели Бюргера:  $E_1, E_2$  – коэффициенты, характеризующие упругие свойства;  $\eta_1, \eta_2$  – коэффициенты, характеризующие вязкие свойства;  $\sigma_{01}, \sigma_{02}$  – пороговые значения напряжений в элементах Шведова

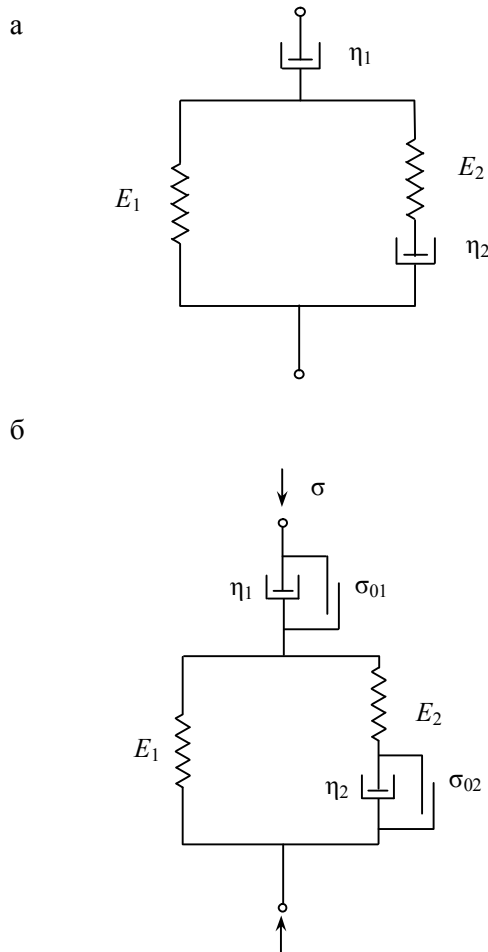


Рис. 2. Усовершенствованная реологическая модель асфальтобетона: а – без элементов Шведова; б – с элементами Шведова

2. Если

$$\sigma_{01} < \sigma_{02} \text{ и } \sigma_{01} \leq \sigma < \sigma_{02}, \quad (4)$$

то элемент имеет вид, подобный модели Бингама [3] (рис. 3, б), и его напряженно-деформированное состояние в дифференциальном виде можно представить как

$$\sigma - \sigma_{01} + \frac{\eta_1}{E_1 + E_2} \cdot \frac{d\sigma}{dt} = \eta_1 \frac{d\varepsilon}{dt}. \quad (5)$$

Это же в интегральном виде (здесь и далее при нулевых начальных условиях)

$$\int_t (\sigma - \sigma_{01}) dt + \frac{\eta_1}{E_1 + E_2} \sigma = \eta_1 \varepsilon. \quad (6)$$

Легко увидеть, что при  $\sigma_{01} = 0$  элемент фактически преобразуется в модель Максвелла [3].

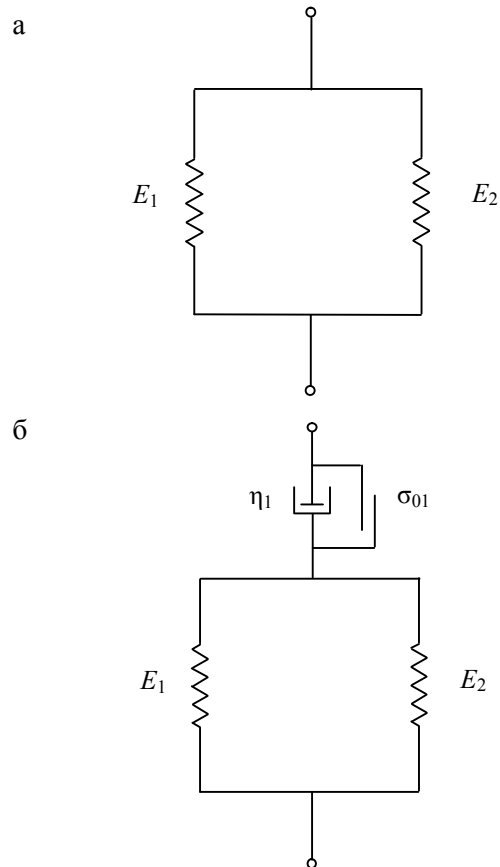


Рис. 3. Элементы с упругими и упруго-пластическими свойствами: а – с упругими; б – с упруго-пластическими

3. Если

$$\sigma_{02} < \sigma_{01} \text{ и } \sigma_{02} \leq \sigma < \sigma_{01}, \quad (7)$$

то уравнение напряженно-деформированного состояния такого упруго-вязкого элемента (рис. 4, а) в дифференциальном представлении имеет вид

$$\frac{\eta_2}{E_2} \cdot \frac{d\sigma}{dt} + \sigma - \sigma_{02} = \eta_2 \cdot \frac{d\varepsilon}{dt} \left( 1 + \frac{E_1}{E_2} \right) + E_1 \varepsilon; \quad (8)$$

в интегральном

$$\frac{\eta_2}{E_2} \cdot \sigma + \int_t (\sigma - \sigma_{02}) dt = \eta_2 \varepsilon \left( 1 + \frac{E_1}{E_2} \right) + E_1 \int_t \varepsilon dt. \quad (9)$$

4. Если

$$\sigma_{01} \leq \sigma \leq \sigma_{02}, \quad (10)$$

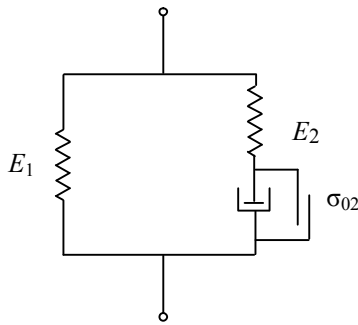
то модель принимает вид (рис. 4, б) и в интегральном виде описывается как

$$\frac{\eta_2}{E_2} \cdot \sigma + \int_t (\sigma - \sigma_{02}) dt + \frac{\eta_2}{\eta_1} \left( 1 + \frac{E_1}{E_2} \right) \times$$

$$\times \int_t (\sigma - \sigma_{01}) dt + \frac{E_1}{\eta_1} \int_t \left[ \int_t (\sigma - \sigma_{01}) dt \right] dt = \quad (11)$$

$$= \eta_2 \left( 1 + \frac{E_1}{E_2} \right) \varepsilon + E_1 \int_t \varepsilon dt,$$

а



б

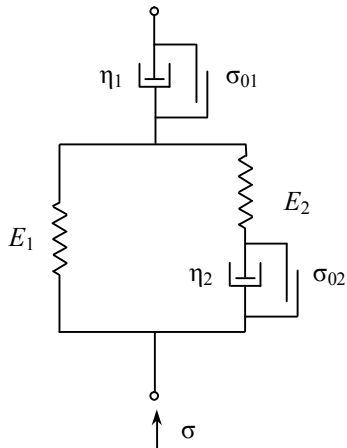


Рис. 4. Элементы с упруго-вязкими и упруго-вязко-пластическими свойствами: а – упруго-вязкими; б – упруго-вязко-пластическими

в интегрально-дифференциальном

$$\frac{\eta_2}{E_2} \cdot \frac{d\sigma}{dt} + (\sigma - \sigma_{02}) + \frac{\eta_2}{\eta_1} \left( 1 + \frac{E_1}{E_2} \right) (\sigma - \sigma_{01}) +$$

$$+ \frac{E_1}{\eta_1} \int_t (\sigma - \sigma_{01}) dt = \eta_2 \left( 1 + \frac{E_1}{E_2} \right) \frac{d\varepsilon}{dt} + E_1 \varepsilon, \quad (12)$$

или в дифференциальном

$$\frac{\eta_2}{E_2} \cdot \frac{d^2\sigma}{dt^2} + \left( 1 + \frac{\eta_2}{\eta_1} \left( 1 + \frac{E_1}{E_2} \right) \right) \frac{d\sigma}{dt} +$$

$$+ \frac{E_1}{\eta_1} (\sigma - \sigma_{01}) = \eta_2 \left( 1 + \frac{E_1}{E_2} \right) \frac{d^2\varepsilon}{dt^2} + E_1 \frac{d\varepsilon}{dt}. \quad (13)$$

В обобщенном виде выражения (11)–(13) можно представить по аналогии с выражением (1)

$$\frac{\eta_2}{E_1} \cdot \sigma + \beta \cdot \int_t (\sigma - \sigma_{02}) dt +$$

$$+ \alpha \frac{\eta_2}{\eta_1} \cdot \left( 1 + \frac{E_1}{E_2} \right) \int_t (\sigma - \sigma_{01}) dt +$$

$$+ \alpha \cdot \beta \cdot \frac{E_2}{\eta_1} \int_t \left[ \int_t (\sigma - \sigma_{01}) dt \right] dt = \quad (14)$$

$$= \eta_2 \cdot \left( 1 + \frac{E_1}{E_2} \right) \varepsilon + \beta \cdot E_1 \int_t \varepsilon dt,$$

где при  $\sigma \geq \sigma_{01}$ ,  $\alpha=1$ ; при  $\sigma < \sigma_{01}$ ,  $\alpha=0$ ; при  $\sigma \geq \sigma_{02}$ ,  $\beta=1$ ; при  $\sigma < \sigma_{02}$ ,  $\beta=0$ .

Из (14) видно, что при выполнении одного из условий: (2), (4), (7) или (10) выражение (14) преобразуется в: (3), (6), (9) или (11).

При этом необходимо отметить один очень важный частный случай: когда  $\sigma_{02} = 0$ , выражение (14) преобразуется в

$$\frac{\eta_2}{E_1} \sigma + \int_t \sigma dt + \alpha \cdot \frac{\eta_2}{\eta_1} \cdot \left( 1 + \frac{E_1}{E_2} \right) \times \int_t (\sigma - \sigma_{01}) dt +$$

$$+ \alpha \frac{E_2}{\eta_1} \int_t \left[ \int_t (\sigma - \sigma_{01}) dt \right] dt = \quad (15)$$

$$= \eta_2 \cdot \left( 1 + \frac{E_1}{E_2} \right) \varepsilon + E_1 \int_t \varepsilon dt.$$

Таким образом, схему вычислений согласно реологической модели, приведенной на рис. 4, б, можно свести к виду, представленному на рис. 5.

Результаты расчетов, выполненные по этой схеме для асфальтобетона, характеризующегося параметрами

$$E_1 = 2,2 \cdot 10^9 \text{ МПа}, \quad E_2 = 4,74 \cdot 10^9 \text{ МПа},$$

$$\eta_1 = 7,5 \cdot 10^{13} \text{ Па} \cdot \text{с}, \quad \eta_2 = 4,65 \cdot 10^{11} \text{ Па} \cdot \text{с},$$

$$\sigma_{01} = 0 \text{ МПа}, \quad \sigma_{02} = 0 \text{ МПа}$$

и напряжением при сжатии  $\sigma = 0,0625 \cdot 10^6 \text{ МПа}$ , представлены на рис. 6.

В проведенных расчетах было принято, что коэффициент вязкости  $\eta_2 = \text{const}$ , имеет

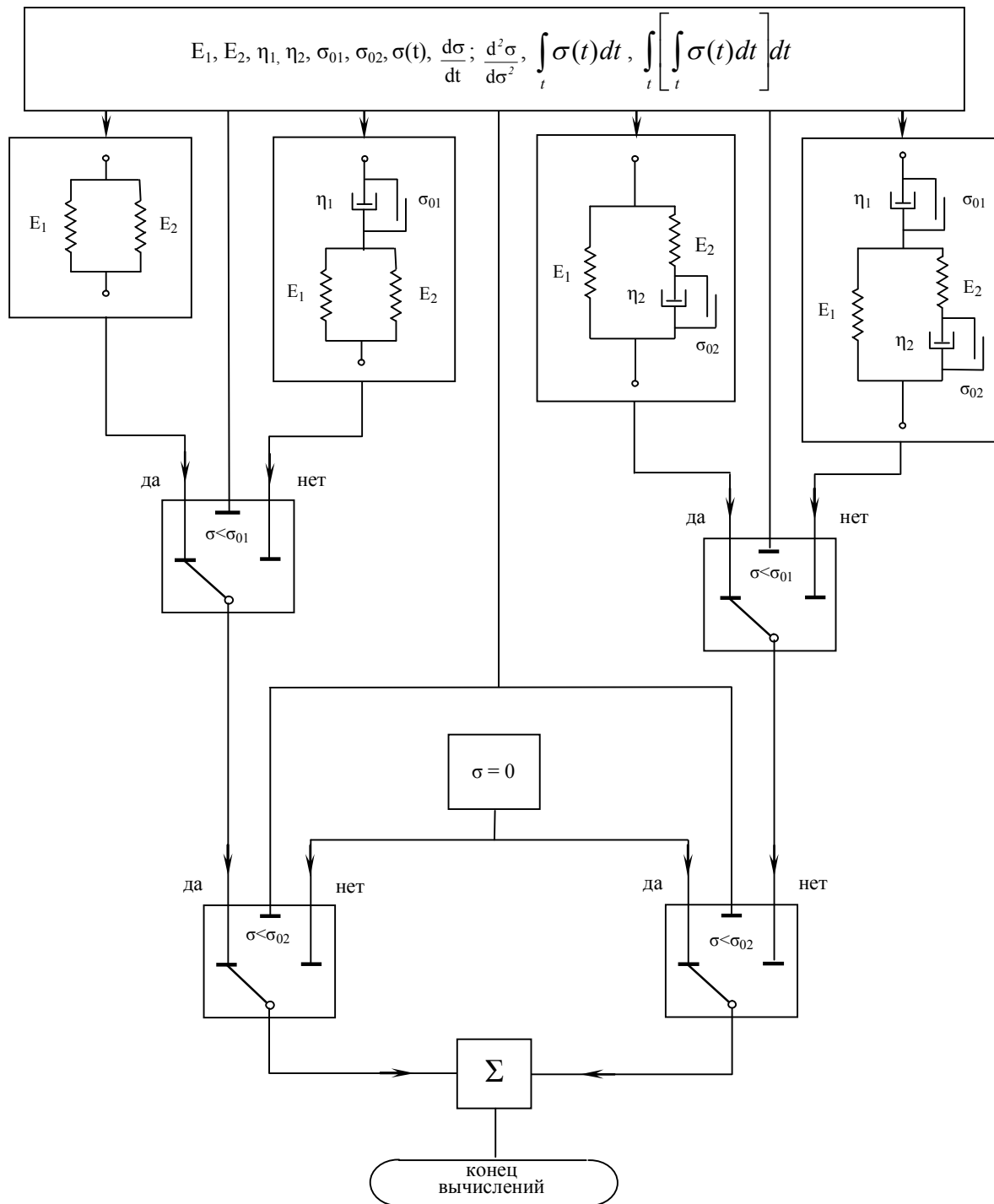


Рис. 5. Схема вычислений согласно реологической модели, приведенной на рис. 4, б

одинаковые значения как при приложении нагрузки, так и при ее снятии.

Однако в работе [5] отмечается, что в общем случае это далеко не так. Поэтому при построении реологической модели по уравнениям (11), (15) необходимо разделять этапы нагружения:

– нагружение асфальтобетона (восходящая ветвь на рис. 6), когда:

$$\eta_2 = \eta_{2c}, \tag{16}$$

– снятие нагрузки (нисходящая ветвь на рис. 6), в процессе которой

$$\eta_2 = \eta_{2p}. \tag{17}$$

При этом в общем случае [5]

$$\eta_{2c} \neq \eta_{2p}. \tag{18}$$

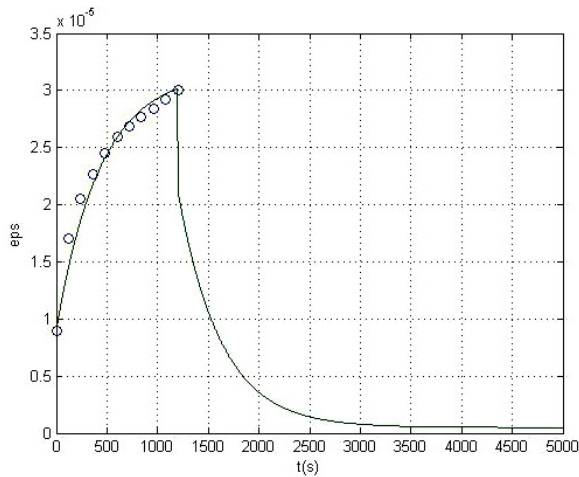


Рис. 6. Зависимость  $\varepsilon = f(t)$  при ступенчатом приложении нагрузки и  $\sigma = \text{const}$ : о – экспериментальные данные [2]; - – теоретическая кривая

Это же положение касается и результатов вычислений, получаемых согласно модели, представленной на рис. 1.

### Выводы

Предложены две реологические модели, которые могут использоваться для описания напряженно-деформированного состояния асфальтобетонных покрытий как при работе на сжатие, так и на растяжение. Принятая одноосная модель нагружения может быть взята за основу для разработки трехмерной модели. Для выбора реологической модели, наиболее адекватно описывающей напряженно-деформированное состояние асфальтобетонных покрытий дорожных одежд и для получения исходных расчетных параметров, необходимо проведение широкомасштабных экспериментальных исследований при трех схемах нагружения: сжатие, растяжение, сдвиг.

Для выполнения расчетов по предложенным алгоритмам необходимо экспериментальное определение как минимум семи неизвестных параметров

$$E_1, E_2, \eta_1, \eta_{2c}, \eta_{2p}, \sigma_{01}, \sigma_{02}.$$

При их определении необходимо учитывать особенности работы асфальтобетона как при приложении нагрузки, так и при ее снятии.

### Литература

1. Золотарев В.А. Исследование свойств асфальтобетонов различной макроструктуры: дис... канд. техн. наук: 05.23.05 / В.А. Золотарев. – Харьков, 1967. – 207 с.
2. Ткачук Ю.П. Влияние структурных особенностей асфальтобетона на закономерности его вязкоупругого поведения при статическом нагружении: дисс... канд. техн. наук: 05.23.05 / Ю.П. Ткачук. – Харьков: ХНАДУ, 1977. – 217 с.
3. Шульман З.П. Реофизика конгломератных материалов / З.П. Шульман, Я.Н. Ковалев, Э.А. Зальцгендлер. – Мн.: Наука и техника, 1978. – 240 с.
4. Богомолов В.О. Реологічна модель роботи асфальтобетону при стисканні / В.О. Богомолов, В.К. Жданюк, В.М. Ряпухін, С.В. Богомолов // Автошляховик України. – 2010. – № 3. – С. 34–37.
5. Виноградов Г.В. Реология полимеров / Г.В. Виноградов, А.Я. Малкин. – М.: Химия, 1977. – 438 с.
6. Бленд Д.Р. Теория линейной вязкоупругости / Д.Р. Бленд. – М.: Мир, 1965. – 199 с.

Рецензент: В.В. Филиппов, профессор, д.т.н., ХНАДУ.

Статья поступила в редакцию 7 ноября 2011 г.