

АНАЛИЗ ПОГРЕШНОСТИ ИЗМЕРЕНИЯ МАГНИТНОЙ ВОСПРИИМЧИВОСТИ С ПОМОЩЬЮ СТРУННОГО ДАТЧИКА

Е.Ф. Еремина, доцент, к.т.н., А.А.Дрокин, студент, И.О.Ложка, студент, ХНАДУ

Аннотация. Проведен анализ влияния возможных неточностей измерений индукции магнитного поля, частоты, силы тока на погрешность измерения магнитной восприимчивости. Также представлена оценка адекватности эмпирических формул, описывающих поведение магнитной восприимчивости медных сплавов при изменении различных параметров.

Ключевые слова: магнитная восприимчивость, погрешность измерения, доверительная вероятность, критерий Фишера

АНАЛІЗ ПОХИБКИ ВИМІРЮВАННЯ МАГНІТНОЇ СПРИЙНЯТЛИВОСТІ ЗА ДОПОМОГОЮ СТРУННОГО ДАТЧИКА

Є.Ф. Єрємiна, доцент, к.т.н., А.А.Дрокин, студент, І.О.Ложка, студент, ХНАДУ

Анотація. Проведено аналіз впливу можливих неточностей вимірювань індукції магнітного поля, частоти, сили струму на похибку вимірювання магнітної сприйнятливості. Також представлена оцінка адекватності емпіричних формул, що описують поведінку магнітної сприйнятливості мідних сплавів при зміні різних параметрів.

Ключові слова: магнітна сприйнятливість, похибка вимірювання, довірлива ймовірність, критерій Фішера

ANALYSIS OF PRECISION MEASUREMENT OF MAGNETIC SUSCEPTIBILITY BY STRINGS SENSOR

E.F. Eremina, assistant professor, cand. eng. sc.,
A.A. Drokin, student, I.O. Lozhka, student KhNAHU

Annotation. The influence of possible inaccuracies in the measurement of the magnetic field, frequency, current on the measurement error of the magnetic sensing-bility. Also present an assessment of the adequacy of the empirical formulas describing-ing behavior of the magnetic susceptibility of copper alloys while changing various parameters.

Keywords: magnetic susceptibility, measurement error, confidence level, Fisher's exact test

Введение

В настоящее время существует большое количество разнообразных методов измерения магнитной восприимчивости слабомагнитных веществ, отличающихся друг от друга как по физическим явлениям, положенным в основу метода, так и по конструктивному исполнению. Наиболее широкое распространение получили пондеромоторные методы,

основанные на определении силы взаимодействия образца с неоднородным магнитным полем. В работе [1] описано устройство для измерения магнитной восприимчивости методом Гуи с использованием струнного датчика. В настоящей работе проводится анализ точности измерения магнитной восприимчивости медных сплавов с помощью этого устройства.

Цель и постановка задачи

Подробное исследование источников погрешностей измерений магнитной восприимчивости методами Гуи и Фарадея проведено в [2]. Показано, что для определения точности измерения необходима не только оценка пределов измерений непосредственно определяемых величин, но и анализ погрешностей, вызываемых другими причинами, которые явно не входят в формулы, используемые для расчета магнитной восприимчивости. Задачей данного исследования было определить, насколько предложенный способ измерения магнитной восприимчивости слабомагнитных веществ соответствует предъявляемым требованиям, а также провести оценку адекватности полученных уравнений, описывающих зависимость магнитной восприимчивости от различных факторов.

Результаты исследований

Измерения магнитной восприимчивости медных сплавов, описанные в [3,4], проводились методом Гуи. В этом случае образец, имеющий форму удлиненного цилиндра, подвешивался в магнитном поле так, что нижний его конец находится в пространстве с магнитной индукцией B_1 , а верхний в пространстве с магнитной индукцией B_2 . Сила F , действующая на образец, связана с его магнитной восприимчивостью χ соотношением

$$F = \frac{1}{2\mu_0} S \chi (B_1^2 - B_2^2). \quad (1)$$

где S – площадь сечения образца, μ_0 – магнитная постоянная. Для достаточно длинных образцов $B_1 \gg B_2$, и

$$F = \frac{1}{2\mu_0} S \chi B_1^2. \quad (2)$$

При использовании в качестве источника магнитного поля электромагнита напряженность магнитного поля в зазоре является функцией координат и тока I в обмотках. Тогда относительная погрешность в определении вертикальной составляющей силы выразится как

$$\frac{\Delta F_z}{F_z} = \frac{\Delta \chi}{\chi} + \frac{\Delta S}{S} + \frac{1}{F_z} \frac{\partial F_l}{\partial z} \Delta x + 2 \frac{\Delta B}{B} + 2 \frac{1}{B} \frac{\partial B}{\partial I} \cdot \Delta I \quad (3)$$

Здесь член $\frac{1}{F_z} \frac{\partial F_l}{\partial z} \Delta x$ представляет собой погрешность, вызванную наличием горизонтальной силы притяжения образца. Смещение Δx образца массой m , подвешенного в межполюсном пространстве на нити длиной l , определяется выражением

$$\Delta x = \frac{F_x}{mg} l \quad (4)$$

В описанной в [1] установке измерение силы F_z производится с помощью струнного силоизмерительного устройства. Обозначая через Δf минимальное изменение частоты, которое в состоянии зарегистрировать частотомер, а через f – изменение частоты вследствие действия на образец магнитного поля, получим из (3) с учетом (4), что средняя квадратичная погрешность при изменении магнитной восприимчивости методом Гуи (абсолютный способ) может быть найдена по формуле

$$\left(\frac{\Delta \chi}{\chi} \right)^2 = \left(\frac{\Delta f}{f} \right)^2 + \left(\frac{\Delta S}{S} \right)^2 + 4 \left(\frac{\Delta B}{B} \right)^2 + \frac{4}{B^2} \left(\frac{\partial B}{\partial I} \cdot \Delta I \right)^2 + \left(\frac{F_x}{F_z} \frac{\partial F_x}{\partial z} \frac{l}{mg} \cdot \Delta I \right)^2 \quad (5)$$

При измерении магнитной восприимчивости слабомагнитных веществ последний член суммы может быть опущен, поскольку образец практически не искажает однородность магнитного поля между полюсами электромагнита.

При измерениях с использованием эталона (относительный способ) средняя квадратичная погрешность определения магнитной восприимчивости образца запишется как

Если считать, что где – погрешности измерений, относящиеся к эталону.

Относительным измерениям предшествовало эталона (соли Мора $\text{Fe}_2\text{SO}_4(\text{NH}_4)_2 \cdot 6\text{H}_2\text{O}$) абсолютным способом. Полученные при градуировке экспериментальные данные пред-

ставлены в таблице 1.1

Результаты измерения магнитной восприимчивости соли Мора

№	f , Гц	$\chi_{уд} \cdot 10^7$, м ³ /кг
1	18,2	4,077
2	17,8	3,987
3	17,9	4,010
4	18,4	4,122
5	18,2	4,077

Среднее арифметическое $\bar{\chi} = 4,055$

Оценим дисперсию D и среднюю квадратическую погрешность ${}^n S$ измерений [6].

$$D = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (\chi_i - \bar{\chi})^2 = 30,26 \cdot 10^{-4} \quad (6)$$

$${}^n S = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (\chi_i - \bar{\chi})^2}{n-1}} = 5,50 \cdot 10^{-2} \quad (7)$$

среднее квадратическое отклонение результата серии измерений

$$S_{\bar{\chi}} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (\chi_i - \bar{\chi})^2}{n(n-1)}} = 2,46 \cdot 10^{-2} \quad (8)$$

Коэффициент Стьюдента для доверительной вероятности $\alpha = 0,95$ и числа степеней свободы $k = n - 1$ равен $t_{\alpha}(n) = 2,78$.

Вычислим критерий

$$t_{\max} = \frac{|\chi_i - \bar{\chi}|_{\max}}{{}^n S_{\bar{\chi}}} = 1,48.$$

Поскольку $t_{\max} < t_{\alpha}$, можно сделать вывод, что результаты измерений не содержат грубых ошибок.

С учетом коэффициента Стьюдента предельная погрешность измерений магнитной восприимчивости составляет

$$\Delta\chi = t_{\alpha}(n) S_{\bar{\chi}} = 6,83 \cdot 10^{-2} \quad (9)$$

Относительная погрешность совокупности измерений

$$\sigma = \frac{\Delta\chi}{\chi_{cp}} \cdot 100\% = 1,68\%.$$

Вычислим неисключенную систематическую погрешность измерений магнитной восприимчивости по формуле (2.12). Уход частоты f при помещении образца в неоднородное магнитное поле составлял около 20 Гц, а электронно-счетный частотомер ЧЗ-34 позволяет регистрировать $\Delta f = 0,1$ Гц. При измерениях использовались образцы диаметром около 5 мм, который определяли с помощью микрометра с погрешностью $\Delta d = 0,01$ мм. Площадь сечения образца $S = \frac{\pi d^2}{4}$; $\frac{\Delta S}{S} = 2 \frac{\Delta d}{d}$.

Применение стабилизированного источника питания электромагнита обеспечивало стабильность тока в обмотках магнита не хуже $\Delta I = 10^{-2}$ А. Измерение магнитной восприимчивости осуществлялось в поле индукцией ~ 1 Тл, приращение поля в зазоре электромагнита с изменением тока характеризовалось величиной $\frac{\partial B}{\partial I} \approx 5 \cdot 10^{-3}$ Тл/А. Тесламетр

Щ I-7 позволял измерять индукцию магнитного поля с погрешностью $\Delta B = 1 \cdot 10^{-3}$ Тл. Подставив эти значения в формулу (4), вычислим неисключенную систематическую погрешность

$$\begin{aligned} \delta &= \frac{\Delta\chi}{\chi} = \\ &= \sqrt{\left(\frac{\Delta f}{f}\right)^2 + 4\left(\frac{\Delta d}{d}\right)^2 + 4\left(\frac{\Delta B}{B}\right)^2 + \frac{4}{B^2} \left(\frac{\partial B}{\partial I} \cdot \Delta I\right)^2} = \\ &= 1,70\% \end{aligned}$$

Суммарная погрешность

$$\Sigma = \sqrt{\delta^2 + \sigma^2} = 2,3\%.$$

Определим, сколько измерений нужно сделать, чтобы случайная погрешность не превышала систематическую.

Сравнение средней квадратичной погрешности единичного измерения и систематической погрешности показывает, что их величины близки. Необходимое число измерений определяем по таблицам [5], учитывая, что

$\frac{\delta}{\sigma} = 0,99 \approx 1$. Для доверительной вероятности $\alpha = 0,9$ это число $n = 5$. В дальнейшем все измерения магнитной восприимчивости повторялись не менее пяти раз.

После получения экспериментальных результатов и их анализа методом наименьших квадратов были подобраны эмпирические формулы, описывающие поведение магнитной восприимчивости и электропроводности при изменении различных факторов [4,6].

Оценка адекватности полученных уравнений производилась по критерию Фишера [5]. Опытный критерий Фишера F_3 рассчитывали по формуле

$$F_3 = \frac{D_a}{D_{cp}}, \quad (10)$$

где D_a - дисперсия адекватности

$$D_a = \frac{\sum_{i=1}^n (y_{it} - y_{is})^2}{n-d}, \quad (11)$$

D_{cp} - средняя дисперсия всего эксперимента

$$D_{cp} = \frac{\sum_1^m \sum_1^n (y_{it} - \bar{y}_{is})^2}{mn}, \quad (12)$$

m -число серий экспериментов, n - количество измерений в одной серии, d - число коэффициентов уравнения регрессии, y_{it} и y_{is} - теоретическое и экспериментальное значения функции, \bar{y}_{is} - среднее экспериментальное значение функции.

Экспериментальное значение критерия Фишера сравнивали с табличным F_T при доверительной вероятности 0,9. Модель считали адекватной, если $F_3 < F_T$.

В работе [6] с целью оценки возможности электрической сепарации отходов медных сплавов было проведено исследование электропроводности бронзы и латуни. По единой методике с применением планирования эксперимента были приготовлены образцы сплавов меди с наиболее распространенными легирующими элементами и исследована их электропроводность.

Выводы

Проведенный анализ показал, что точность измерения магнитной восприимчивости способом, предложенным в [1], с учетом не только погрешностей измерений непосредственно определяемых величин, но погрешностей, вызываемых другими причинами, которые явно не входят в формулы, используемые для расчета магнитной восприимчивости, позволяет получить относительную погрешность совокупности измерений не хуже 1,7 %.

Оценка адекватности полученных уравнений, описывающих влияние различных факторов на магнитную восприимчивость и электропроводность медных сплавов, показала, что эти уравнения верно описывают поведение данных величин и могут использоваться при их вычислениях.

Литература

1. Ашанин В.С., Еремина Е.Ф., Степанов А.А. Дифференциальное устройство для измерения магнитной восприимчивости // Заводская лаборатория. – 1990-№ 4. - С. 73-74.
2. Ергин Ю.В. (1983) Магнитные свойства и структура растворов электролитов. - Москва: Наука – 183 с.
3. Еремина Е.Ф., Степанов А.А. Влияние размера частиц стружки медных сплавов на их магнитные свойства, //Вестник ХНАДУ, вып. 18, 2002, -С.123-124
4. Е.Ф Еремина, В.Г. Асяян Исследование магнитной восприимчивости двойных сплавов меди с железом с целью их магнитной сепарации.// Автомобіль і електроніка. Сучасні технології - Х.:ХНАДУ,2014, - №6.- С.29-32.
5. Кондрашов А.П., Шестопапов Е.В. Основы физического эксперимента и математическая обработка результатов измерений. – Москва: Атомиздат. – 200 с.
6. О.Ф. Єрьоміна, Б. Абдурахманов. Визначення питомого електричного опору сплавів на основі міді з метою їх сепарації.// Автомобіль і електроніка. Сучасні технології - Х.:ХНАДУ,2014, - №6.- С.87-89.

Рецензент: Ю.В. Батыгин, д.т.н., профессор ХНАДУ.

Статья поступила в редакцию 23.05.2016 г.