

УДК 656.072

## ОЦІНКА СЕРЕДНЬОГО ЧАСУ ОЧІКУВАННЯ ПАСАЖИРІВ ТРАНСПОРТНИХ ЗАСОБІВ ДЛЯ МАРШРУТНОЇ МЕРЕЖІ МІСТА

П.Ф. Горбачов, проф., д.т.н., О.В. Макарічев, проф., д.ф-м.н., В.М. Чижик, асист.,  
Харківський національний автомобільно-дорожній університет

*Анотація.* Наведено результати аналітичного моделювання середнього часу очікування пасажирів громадського транспорту для маршрутної мережі міста за умови невідомого розкладу руху транспортних засобів на маршруті.

*Ключові слова:* час очікування, розклад руху, зупинний пункт, інтервал руху, громадський транспорт.

## ОЦЕНКА СРЕДНЕГО ВРЕМЕНИ ОЖИДАНИЯ ПАССАЖИРОВ ТРАНСПОРТНЫХ СРЕДСТВ ДЛЯ МАРШРУТНОЙ СЕТИ ГОРОДА

П.Ф. Горбачев, проф., д.т.н., А.В. Макаричев, проф., д.ф-м.н., В.М. Чижик, ассист.,  
Харьковский национальный автомобильно-дорожный университет

*Аннотация.* Приведены результаты аналитического моделирования среднего времени ожидания пассажирами общественного транспорта для маршрутной сети города при неизвестном расписании движения транспортных средств на маршруте.

*Ключевые слова:* время ожидания, расписание движения, остановочный пункт, интервал движения, общественный транспорт.

## ESTIMATION OF THE AVERAGE PASSENGER WAITING TIME FOR THE URBAN TRANSIT SYSTEM

P. Gorbachov, Prof., Ph. D. (Eng.), O. Makarychev, Prof., D. Sc. (Phys.-Math.),  
V. Chyzyk, T. Asst.,  
Kharkiv National Automobile and Highway University

*Abstract.* The results of analytical modeling of the average waiting time of passengers of public transport routes for the urban transit system, when the schedule of public transport on a given route is unknown are described.

*Key words:* waiting time, route schedule, transit stop, route headway, public transit.

### Вступ

Автотранспортні підприємства, які виконують міські пасажирські перевезення, повинні забезпечувати найменший час доставки пасажирів, високу регулярність руху транспортних засобів (ТЗ) на маршрутах, раціональне використання місткості рухомого складу, постійну безпеку й культуру обслуговування пасажирів з найменшими витратами.

Стрімкий розвиток сучасних технологій у всіх сферах народного господарства і, як наслідок, зростання рівня життя міського населення зумовлюють високий рівень вимог до якості обслуговування громадян міським пасажирським транспортом (МПТ).

Тому перед замовниками та виконавцями міських перевезень стоїть складне завдання вибору серед усіх відомих заходів, спрямо-

ваних на підвищення якості обслуговування пасажирів громадським транспортом, найрезультативніших й, одночасно, доступних з точки зору фінансових і трудових витрат.

До основних показників якості перевезень пасажирів слід віднести: умови проїзду, що характеризуються ступенем наповнення автобуса та комфортабельністю салону; регулярність руху ТЗ на маршрутах, яка залежить від розробленого розкладу руху та ступеня його виконання; загальний час, витрачений пасажиром на пересування; кількість пересадок; безпека руху.

Одним із головних параметрів, який необхідно враховувати у процесі планування чи реорганізації маршрутної системи міста в цілому, є час, витрачений пасажиром на пересування під час здійснення трудових або інших поїздок. Важливим складником загального часу пересування є час очікування пасажиром маршрутних транспортних засобів на зупинних пунктах (ЗП), який є найбільш зручним інструментом зниження тривалості поїздки.

### Аналіз публікацій

Дослідження інженерами транспортних систем тривалості очікування ТЗ спрямовані на його точне прогнозування та регулювання з метою підвищення якості міських перевезень із мінімальними фінансовими затратами для замовників та виконавців транспортних послуг. Питанням визначення часу очікування пасажирів (ЧОП) почав займатись радянський вчений Х.А. Зільберталь [1]. Він запропонував залежність, яка описує тривалість часу очікування для невідомого пасажиром розкладу руху ТЗ на маршруті та можливого його відхилення від планового часу прибуття на ЗП

$$M(W) = \frac{I}{2} + \frac{\sigma_I^2}{2 \cdot I}, \quad (1)$$

де  $M(W)$  – математичне очікування випадкової величини ЧОП ТЗ на зупинному пункті ЗП, хв;  $I$  – плановий інтервал руху ТЗ на маршруті, хв;  $\sigma_I$  – середньоквадратичне відхилення фактичного інтервалу руху ТЗ на маршруті від планового, хв.

Однак залежність (1), на думку авторів робіт [2, 3], не враховує можливість виникнення

відмов у посадці в ТЗ через його переповнення. Унаслідок цього, у роботах [3, 4] було почато спроби подальшого розвитку залежності (1). Так, у роботах [3, 4] для фіксації додаткового часу очікування, що виникає унаслідок виникнення відмов у посадці, введено поняття імовірності відмови пасажиром у посадці. Під нею розуміється частина пасажирів, що не сіли в автобус через його переповнення, із загального числа пасажирів, що підійшли. Так, залежність (1) перетворилась у таку формулу

$$\bar{T}_{\text{оч}} = \frac{I_{\text{пл}}}{2} + \frac{\sigma_I^2}{2 \cdot I_{\text{пл}}} + P_{\text{від}} \cdot I_{\text{пл}}, \quad (2)$$

де  $I_{\text{пл}}$  – плановий інтервал руху автобусів на маршруті, хв;  $P_{\text{від}}$  – імовірність відмови пасажиром у посадці.

У роботі [5] авторами, на основі аналітичного моделювання, уперше обґрунтовано межі зміни ЧОП ТЗ на ЗП, які залежать від технології організації роботи рухомого складу на маршрутах. Виявлено, що середня величина очікування для пасажирів може коливатись у широких межах: від половини і до величини, майже рівної інтервалу руху ТЗ на маршруті.

Подальший розвиток роботи [5] відображено у працях [6, 7]. Авторами проведено формалізацію можливих варіантів організації роботи рухомого складу на маршрутах, які є характерними для сучасного стану функціонування МПТ українських міст. Розроблено теоретичні моделі розрахунку ЧОП ТЗ на ЗП для можливих варіантів роботи рухомого складу на маршрутах, що є безпосереднім теоретичним інтересом.

Головною особливістю всіх розроблених теоретичних моделей, зокрема й (1) та (2), є те, що вони дозволяють розрахувати тривалість очікування транспорту лише для одного маршруту та для невідомого пасажиром розкладу руху ТЗ.

У той же час пересування пасажирів у маршрутній системі є результатом вибору варіанта шляху серед багатьох альтернатив, кожна з яких лише в деяких випадках може виявитись окремим прямим міським маршрутом. Більшість альтернатив маршрутних поїздок є сукупністю маршрутів з різними інтервалами

руху, а велика кількість альтернативних варіантів пересування в цілому виконується з пересадками, що також робить свій важливий внесок у загальний ЧОП транспорту на ЗП.

### Мета і постановка завдання

Для функціонування будь-якої маршрутної мережі великого міста є характерною взаємодія маршрутів на спільних ділянках одного чи декількох видів транспорту. Розроблені моделі оцінки ЧОП, що наведені в роботах [5, 6, 7], можуть бути застосовані для оцінки часу очікування ТЗ пасажиром у використанні ним лише одного маршруту, що задовольняє мету його пересування.

В умовах широкого розгалуження міських маршрутних мереж така ситуація є малоюмовірною, а наявність у пасажира вибору не лише маршруту прямування, а й виду транспорту на спільних ЗП міських маршрутів, спонукає до розробки аналітичного апарату для розрахунку ЧОП для маршрутної системи міста. Випадкова величина очікування пасажирами маршрутного транспорту є результатом взаємодії двох процесів: прибуття пасажирів та прибуття ТЗ на ЗП МПТ.

Із врахуванням цього необхідно оцінити середній ЧОП у маршрутній мережі за умови відомих інтервалів руху на кожному міському маршруті, відомої матриці пасажирських кореспонденцій та інтервального способу обслуговування пасажирів. У нашій роботі прийняті такі припущення: пасажир не знають розкладу руху ТЗ на маршруті, момент їх прибуття на ЗП випадковий і описується стаціонарним потоком; інтервал прибуття ТЗ на ЗП має закон розподілу Ерланга [8].

### Методика оцінки ЧОП

З метою формування шуканої моделі часу очікування спочатку необхідно ввести кількісну характеристику маршрутної поїздки кожного пасажира. Нехай кількість маршрутів, які задовольняють потреби пасажира в маршрутній поїздки, становить  $l$  одиниць. При цьому інтервал прибуття ТЗ на ЗП на кожному  $i$ -му маршруті з множини потужністю  $l$ ,  $I_i$ , ( $i=1, \dots, l$ ) має розподіл Ерланга з параметрами:

–  $n_i$  – параметр форми закону Ерланга розподілу випадкової величини інтервалу при-

буття ТЗ на зупинний пункт (лише цілі значення);

–  $\lambda = \frac{1}{I_i}$  – параметр масштабу розподілу інтервалу на  $i$ -му маршруті, хв.

З урахуванням залежностей параметрів закону розподілу Ерланга [8] математичне очікування інтервалу на  $i$ -му маршруті та його стандартне відхилення будуть дорівнювати відповідно

$$I_i = \frac{n_i}{\lambda_i} \text{ та } \sigma_i = \frac{n_i}{\lambda_i^2}. \quad (3)$$

Відомо, що щільність розподілу випадкової величини, згідно з теоретичним законом розподілу Ерланга та цілими значеннями параметра форми, має такий вигляд

$$f_i(t) = \frac{(\lambda_i \cdot t)^{n_i-1}}{(n_i-1)!} \cdot \lambda_i \cdot e^{-\lambda_i t}. \quad (4)$$

З урахуванням виразу [4] функція розподілу випадкового інтервалу руху ТЗ на  $i$ -му маршруті може бути розрахована за такою залежністю

$$\begin{aligned} F_i(t) &= P\{I_i \leq t\} = \int_0^t \frac{(\lambda_i \cdot t)^{n_i-1}}{(n_i-1)!} \cdot \lambda_i \cdot e^{-\lambda_i t} \cdot dt = \\ &= 1 - e^{-\lambda_i t} - (\lambda_i \cdot t) \cdot e^{-\lambda_i t} - \frac{(\lambda_i \cdot t)^{n_i-1}}{(n_i-1)!} e^{-\lambda_i t}, t > 0. \end{aligned} \quad (5)$$

Для подальших викладів необхідно записати

$$\begin{aligned} 1 - F_i(t) &= P\{I_i > t\} = e^{-\lambda_i t} + (\lambda_i \cdot t) \times \\ &\times e^{-\lambda_i t} + \dots + \frac{(\lambda_i \cdot t)^{n_i-1}}{(n_i-1)!} \cdot e^{-\lambda_i t}, t > 0. \end{aligned} \quad (6)$$

Стаціонарний час очікування  $W_{оч}$  має щільність розподілу

$$W_i(t) = \frac{1 - F_i(t)}{I_i} = \frac{\lambda_i}{n_i} \cdot \sum_{k=0}^{n_i-1} \frac{(\lambda_i \cdot t)^k}{k!} \cdot e^{-\lambda_i t}. \quad (7)$$

Необхідно знайти ймовірність того, що  $\{W_i > t\}$ ,  $t > 0$

$$P\{W_i > t\} = \frac{1}{n_i} \cdot e^{-\lambda_i t} \cdot \sum_{s=1}^{n_i} \frac{(\lambda_i \cdot t)^{s-1}}{(s-1)!} \cdot (n_i - s + 1). \quad (8)$$

Для часу очікування першого ТЗ одного з маршрутів, який влаштовує пасажир під час виконання маршрутної поїздки, вводиться позначення  $W$ . Тоді він дорівнює:  $W = \min\{W_1, W_2, \dots, W_l\}$  – мінімальному часу очікування з  $l$  маршрутів та

$$P\{W_i > t\} = P\left\{\min_{i=1, l} W_i > t\right\} = P\{W_1 > t, W_2 > t, \dots, W_l > t\} = \prod_{i=1}^l P\{W_i > t\}. \quad (9)$$

З урахуванням (9) імовірність (8) дорівнює

$$P\{W_i > t\} = \prod_{i=1}^l \frac{1}{n_i} \cdot e^{-\lambda_i t} \cdot \sum_{s=1}^{n_i} \frac{(\lambda_i \cdot t)^{s-1}}{(s-1)!} \times \\ \times (n_i - s + 1) = \frac{1}{\left(\prod_{i=1}^l n_i\right)} \cdot e^{-\lambda t} \cdot \sum_{k=0}^n t^k \times \\ \times \sum_{\substack{0 \leq s(1) \leq n_1 - 1 \\ 0 \leq s(2) \leq n_2 - 1 \\ 0 \leq s(l) \leq n_l - 1 \\ s(1) + s(2) + \dots + s(l) = k}} \left( \prod_{i=1}^l \frac{\lambda_i^{s(i)}}{(s(i))!} \cdot (n_i - s(i)) \right), \quad (10)$$

$$\text{де } \lambda = \sum_{i=1}^l \lambda_i; \quad s_{(i)} = s_i; \quad n = \sum_{i=1}^l (n_i - 1).$$

Шляхом інтегрування виразу (10) за  $t > 0$  визначається математичне очікування ЧОП першого із ТЗ, що прибуде на зупинку

$$MW = \int_0^{\infty} P\{W > t\} \cdot dt = \frac{1}{\prod_{i=1}^l n_i} \cdot \sum_{k=0}^n \frac{k!}{\lambda^{k+1}} \times \\ \times \sum_{\substack{0 \leq s(1) \leq n_1 - 1 \\ 0 \leq s(2) \leq n_2 - 1 \\ 0 \leq s(l) \leq n_l - 1 \\ s(1) + s(2) + \dots + s(l) = k}} \prod_{i=1}^l \frac{\lambda_i^{s(i)}}{(s(i))!} \cdot (n_i - s(i)), \quad (11)$$

оскільки

$$\int_0^{\infty} t^k \cdot e^{-\lambda t} \cdot dt = \frac{k!}{\lambda^{k+1}}. \quad (12)$$

Аналitична залежність (11) описує ЧОП ТЗ на ЗП за наявності мінімум двох маршрутів,

якими може скористатися пасажир під час здійснення трудової поїздки, та дозволяє перейти до оцінки середнього ЧОП у маршрутній мережі.

Але цей процес потребує формування та обробки вихідної інформації про параметри функціонування маршрутної системи міста, що досліджується, та даних про напрямки й обсяги пересування пасажирів.

У загальному випадку потреби пасажирів у пересуваннях описуються матрицею кореспонденцій між транспортними районами, але для цього завдання, на відміну від класичної матриці міжрайонних кореспонденцій, необхідно здійснити перехід до матриці пересувань між ЗП міста. Безпосередньо розрахунок матриці кореспонденцій доцільно виконувати, користуючись гравітаційною моделлю, оскільки вона дозволяє отримати стан матриці, наближений до реальності та задовільний для проведення експерименту з розрахунку середнього ЧОП. Головними вихідними даними, необхідними для розрахунку матриці, є місткості ЗП щодо відправлення та прибуття пасажирів протягом доби, а також матриця найкоротших відстаней між ними.

Для проведення експерименту з розрахунку середнього ЧОП підходить транспортна модель маршрутної мережі міста Харків, яку розроблено у програмному середовищі VISUM. Можливості вказаного програмного продукту дозволяють експортувати базу даних з обраним набором параметрів функціонування маршрутної мережі, що забезпечує можливість переходу від міжрайонної до міжзупинної матриці кореспонденцій.

Для проведення експерименту спочатку для розрахункового періоду необхідно визначити інтервали руху ТЗ на маршрутах усіх видів транспорту, що функціонують у місті, а також сформувати набори маршрутів, що проходять через кожен зупинний пункт міста.

Розрахунок ЧОП ТЗ на ЗП для маршрутної мережі в цілому, з використанням (11), складається з таких етапів:

– визначення для кожної пари ЗП у місті інтервалів руху ТЗ усіх маршрутів, що їх з'єднують;

- розрахунок параметра форми розподілу інтервалів руху ТЗ на маршрутах;
- проведення розрахунку ЧОП для кожної пари ЗП, враховуючи параметри форми випадкової величини інтервалів руху ТЗ на маршруті;
- визначення величини кореспонденції між кожною парою ЗП;
- розрахунок середньозваженого ЧОП для маршрутної мережі міста.

### Висновки

Унаслідок аналізу літературних джерел виявлено, що питання розрахунку ЧОП ТЗ на ЗП для маршрутної системи міста авторами досі є невивченим, незважаючи на його актуальність для оцінки доцільності заходів з підвищення дієвості маршрутних систем міст. Причиною недостатньої вивченості цього питання є взаємодія маршрутів на спільних ділянках одного чи декількох видів транспорту, яка є характерною для будь-якої маршрутної мережі великого міста, що не враховується в розроблених на цей час моделях ЧОП.

Розроблена аналітична залежність дозволяє розрахувати середнє значення ЧОП ТЗ на ЗП для маршрутної системи міста у випадку, коли пасажиром не відомий розклад руху ТЗ на маршруті та їх задовольняють мінімум два маршрути пересування до цілі поїздки. Для розрахунку середнього часу очікування для маршрутної мережі міста необхідне спеціальне експериментальне дослідження з використанням транспортної моделі конкретного міста, обраного об'єктом дослідження.

### Література

1. Зильберталь Х.А. Трамвайное хозяйство / Х.А. Зильберталь. – Ленинград: Огиз, Гострансиздат, 1932. – 304 с.
2. Гюлев Н.У. К определению снижения производительности труда пассажиров после их поездки на городском пассажирском транспорте / Н.У. Гюлев // Городской автотранспорт в новых условиях. – 1990. – С. 33–35.
3. Аникст М.Т. Моделирование работы городского пассажирского транспорта / М.Т. Аникст, А.П. Артынов, В.В. Скалецкий // Управление и информация. – 1974. – Вып. 13. – С. 84–94.
4. Антошвили М.Е. Исследование некоторых вопросов организации перевозок пассажиров автобусами в городах: дисс. канд. техн. наук / Антошвили Михаил Евгеньевич. – М.: МАДИ, 1973. – 160 с.
5. Горбачов П.Ф. Аналітична оцінка мінімальних та максимальних витрат часу пасажирів на зупинці міського маршруту / П.Ф. Горбачов, О.В. Макаричев, О.В. Россолов та ін. // Автомобильный транспорт: сб. науч. тр. – 2013. – Вып. 32. – С. 67–71.
6. Горбачев П.Ф. Оценка времени ожидания при различных способах организации движения транспортных средств на маршруте / П.Ф. Горбачев, О.В. Макаричев, В.М. Чижик // Автомобильный транспорт: сб. науч. тр. – 2013. – Вып. 33. – С. 82–91.
7. Horbachev P. Assessment of waiting time in urban transit system for random passenger arrival at a stop / P. Horbachev, V. Chyzhyk // Trip Modelling and Travel Forecasting: Research and Technical Papers of Polish Association for Transportation Engineers in Cracow (Proceedings of 4th scientific-technical conference Modelling 2014), 12th–13th June 2014, Cracow / Politechnika Krakowska. – Cracow: PK, 2014. – P. 87–98.
8. Хастингс Н. Справочник по статистическим распределениям / Н. Хастингс, Дж. Пикок; [пер. с англ. А.К. Звонкина]. – М.: Статистика, 1980. – 95 с.

Рецензент: Є.В. Нагорний, професор, д.т.н., ХНАДУ.

Стаття надійшла до редакції 15 лютого 2016 р.