

ИССЛЕДОВАНИЕ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ КОЛЕБАНИЙ МОБИЛЬНОГО РОБОТА С СИСТЕМОЙ ТЕХНИЧЕСКОГО ЗРЕНИЯ

П.П. Рожков, доцент, к.т.н., ХНАГХ, С.Э. Рожкова, доцент, к.т.н., ХНАДУ

Аннотация. Исследуется математическая модель колебаний мобильного робота с целью построения системы автоматического управления плавностью хода.

Ключевые слова: математическая модель колебаний, подвеска мобильного робота, амортизатор с магнитной жидкостью.

ДОСЛІДЖЕННЯ МАТЕМАТИЧНОЇ МОДЕЛІ КОЛИВАНЬ МОБІЛЬНОГО РОБОТА З СИСТЕМОЮ ТЕХНІЧНОГО ЗОРУ

П.П. Рожков, доцент, к.т.н., ХНАГХ, С.Е. Рожкова, доцент, к.т.н., ХНАДУ

Анотація. Досліджено математичну модель коливань мобільного робота з метою побудови системи автоматичного керування плавністю ходу.

Ключові слова: математична модель коливань, підвіска мобільного робота, амортизатор з магнітною рідиною.

RESEARCH OF MATHEMATICAL MODEL OF FLUCTUATIONS OF MOBILE ROBOT WITH VISION SYSTEM

P. Rozhkov, associate professor, cand. eng. sc., KhAGX,
S. Rozhkova, associate professor, cand. eng. sc., KhNAHU

Abstract. The mathematical model of fluctuations of mobile robot with a view to constructing a system of automatic control of smooth motion have been researched.

Key words: mathematical model of fluctuations, mobile robot suspension, shock absorber with magnetic fluid.

Введение

Точность измерения координат препятствий и достоверность информации о безопасной траектории следования мобильного робота (МР) значительно зависит от колебаний платформы, на которой расположены сканирующие элементы его информационно-измерительной системы технического зрения. Снижение уровня колебаний достигается путем их демпфирования. В настоящее время основным направлением стало создание автоматических систем управления подвеской.

Анализ публикаций

Анализ опыта эксплуатации серийно выпускаемых систем управления подвеской показывает, что наиболее высокий уровень плавности хода автотранспортного средства обеспечивает так называемая активная подвеска [1]. Мощность исполнительного механизма системы составляет до 40% мощности двигателя. Для обеспечения плавности хода МР такие затраты мощности неприемлемы. Поэтому применяют системы автоматического управления с параметрическим управлением. При этом степень демпфирования в

подвеске изменяется в зависимости от ровности опорной поверхности и скорости движения.

Постановка задачи

Эффективная работа системы управления возможна только в том случае, если алгоритм управления степенью демпфирования в подвеске опирается на математическую модель колебаний, представленную в виде аналитической зависимости выбранного критерия плавности хода от параметров подвески. Таким образом, возникает задача получения соответствующей математической модели и ее параметрической идентификации в процессе движения.

Теоретическое решение задачи

Для проведения исследований выберем расчетную схему вертикальных колебаний многоосного автотранспортного средства [1]. В соответствии с расчетной схемой запишем систему дифференциальных уравнений, описывающих вертикальные колебания, в виде

$$\begin{aligned}
 & M_p \ddot{z} + \dot{z} \sum_{i=1}^n 2\mu_i + z \sum_{i=1}^n 2c_i + \dot{\theta} \sum_{i=1}^n 2\mu_i \ell_i + \\
 & + \theta \sum_{i=1}^n 2c_i \ell_i = \sum_{i=1}^n 2(\mu_i \dot{x}_i + c_i x_i); \\
 & J_y \ddot{\theta} + \dot{\theta} \sum_{i=1}^n 2\mu_i \ell_i^2 + \theta \sum_{i=1}^n 2c_i \ell_i^2 + \dot{z} \sum_{i=1}^n 2\mu_i \ell_i + \\
 & + z \sum_{i=1}^n 2c_i \ell_i = \sum_{i=1}^n 2(\mu_i \dot{x}_i + c_i x_i) \ell_i; \\
 & m_i \ddot{x}_i + 2\mu_i \dot{x}_i + 2c_{0i} x_i - \dot{z} 2\mu_i - z 2c_i - \dot{\theta} 2\mu_i \ell_i - \\
 & - \theta 2c_i \ell_i = 2c_{hi} q_i,
 \end{aligned} \quad (1)$$

где $i = 1 \dots n$; M_p – величина подрессоренной массы; J_y – момент инерции подрессоренной массы в продольной плоскости; m_i – величина i -й неподдресоренной массы; $c_{0i} = c_i + c_{hi}$, c – жесткость рессор; μ – приведенный коэффициент сопротивления амортизаторов; c_h – жесткость шин; q – высота неровностей дорожной поверхности; θ – величина продольно-угловых колебаний; ℓ – расстояния от центра масс до осей.

В качестве критерия плавности хода выбираем дисперсию ускорений подрессоренной массы [2]. Решим систему дифференциаль-

ных уравнений (1) относительно величины $\ddot{z}(t)$, используя преобразования Лапласа. Изображение возмущающего воздействия, действующего на i -ю ось, представлено с учетом запаздывания относительно воздействия на первую ось

$$Q_i(p) = Q_1(p) \cdot e^{-j\tau_i}.$$

Решение системы уравнений (1) в операторной форме позволило получить передаточные функции $W_{\ddot{z}}(p)$, $W_{\ddot{\theta}}(p)$. Частотная характеристика для ускорения подрессоренной массы имеет вид

$$W_{\ddot{z}}(j\omega) = \frac{(j\omega)^2 \sum_{m=1}^n e^{-j\omega\tau_m} \sum_{i=0}^{2n+1} B_{mi} (j\omega)^i}{\sum_{i=0}^{2n+4} A_i (j\omega)^i}. \quad (2)$$

где A_i , B_{mi} – коэффициенты полиномов, функционально зависящие от параметров подвески.

Результаты решения отображены в виде АЧХ колебаний двухосного АТС. АЧХ $|W_{\ddot{z}}(j\omega)|$ для разных скоростей движения приведены на рис. 1.

Главной особенностью этих АЧХ является полимодальность в широком диапазоне частот, что свидетельствует о возможности возникновения квазирезонансных колебаний подрессоренной массы со значительными величинами ускорений при наличии в микропрофиле периодических неровностей. Полученные аналитические выражения (2) позволяют оценить величину ускорения колебаний подрессоренной массы для любого вида возмущающего воздействия $q(t)$, т.е. являются искомой математической моделью.

В качестве математической модели неровностей выберем спектральную плотность микропрофиля

$$S_q(\lambda) = D_0 \frac{\lambda^2 + \lambda_1^2}{\lambda^2 (\lambda^2 + \lambda_2^2)}, \quad (3)$$

где D_0 – параметр аппроксимирующего выражения, зависящий от амплитуды неровностей микропрофиля; λ_1, λ_2 – дорожные частоты.

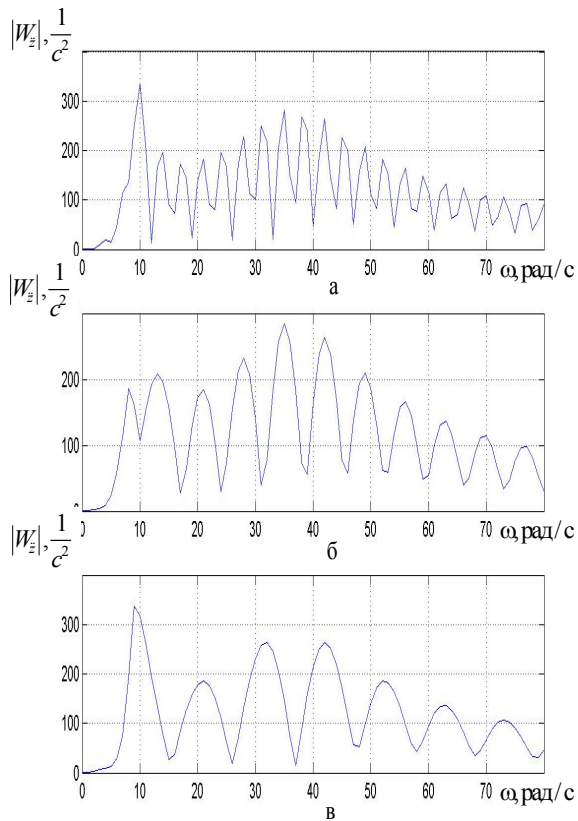


Рис. 1. Модульные частотные характеристики ускорений вертикальных колебаний двухосного МР при движении с различными скоростями: а – 9 км/ч; б – 18 км/ч; в – 27 км/ч

Спектральная плотность возмущающего воздействия, в соответствии с принятым видом спектральной плотности микропрофиля, имеет вид

$$S_q(\omega) = D_0 v_a \frac{\omega^2 + \omega_1^2}{\omega^2 (\omega^2 + \omega_2^2)}, \quad (4)$$

где $\omega_1 = v_a \lambda_1$; $\omega_2 = v_a \lambda_2$; v_a – скорость движения.

В этом случае дисперсия ускорения колебаний подрессоренной массы может быть получена аналитически из выражения

$$D = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} |W(j\omega)|^2 S_q(\omega) d\omega. \quad (5)$$

С целью достижения минимального значения $\sigma_{\ddot{z}} = \sqrt{D}$ проводим параметрическую оптимизацию и находим оптимальные значения коэффициентов сопротивления амортизаторов μ для разных скоростей движения.

На рис. 2 приведены графики зависимости оптимальных значений коэффициентов сопротивления амортизаторов для передней (1) и задней (2) осей.

Исследования показали, что использование амортизаторов с оптимальными значениями коэффициентов сопротивления позволяет уменьшить дисперсию вертикальных ускорений на 10...30%, в зависимости от скорости движения и типа опорной поверхности.

Для осуществления управления амортизаторами МР необходимо определить текущее значение коэффициентов сопротивления амортизаторов и выработать управляющее воздействие, которое обеспечит их оптимальное значение.

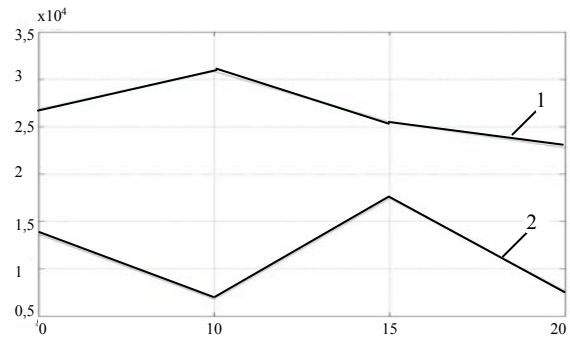


Рис. 2. Графики зависимости величины оптимальных значений коэффициентов сопротивления амортизаторов передней (1) и задней (2) осей от скорости движения МР

Решение задачи нахождения текущих значений коэффициентов сопротивления амортизаторов осуществляется с помощью параметрической идентификации. С целью параметрической идентификации рассмотрим первое дифференциальное уравнение из системы (1). Выразим из последней формулы \ddot{z} .

$$\ddot{z} = \sum_{i=1}^n \left[\frac{2\mu_i}{M_p} (\dot{x}_i - \dot{z}_i) + \frac{2c_i}{M_p} (x_i - z_i) \right]. \quad (6)$$

Введем обозначения

$$\frac{\mu_i}{M_p} = h_{0i}; \quad \frac{2c_i}{M_p} = \omega_{0i}^2; \quad y_i = z_i - x_i; \quad \dot{y}_i = \dot{z}_i - \dot{x}_i,$$

где y_i – взаимное перемещение подрессоренной и непрессоренной масс для i -ой оси.

Применим преобразование Лапласа к (6)

$$\ddot{z}(p) = -\sum_{i=1}^n (2h_{0i} p y_i(p) + \omega_{0i}^2 y_i(p)).$$

Окончательно получим передаточную функцию

$$W_{\ddot{z}_i} = \frac{\ddot{z}_i(p)}{y_i(p)} = -(2h_{0i} p + \omega_{0i}^2). \quad (7)$$

Таким образом, структура передаточной функции $W_{\ddot{z}_i}(p)$ определена, объектами параметрической идентификации служат коэффициенты h_{0i} и ω_{0i}^2 .

Частотная характеристика, соответствующая передаточной функции (7), может быть записана в виде

$$W_{\ddot{z}_i}(j\omega) = -\frac{2c_i}{M_p} - j \frac{2\mu_i}{M_p} \omega. \quad (8)$$

В [3] показано, что для рассматриваемой системы может быть составлена система уравнений

$$G_{\ddot{z}_i y_i}(f) = \sum_{j=1}^n W_{\ddot{z}_i}(f) \cdot G_{y_i y_j}(f), \quad (9)$$

где $i = 1, 2, \dots, n$; $G_{\ddot{z}_i y_i}$ – величина взаимной спектральной плотности $y_i(t)$ и $\ddot{z}(t)$; $W_{\ddot{z}_i}$ – искомая частотная характеристика, связывающая выход системы с i -м входом; $G_{y_i y_j}$ – величина взаимной спектральной плотности $y_i(t)$ и $y_j(t)$.

Вычислим спектральные плотности с помощью финитного преобразования Фурье по реализациям входных и выходных процессов и найдем значения $W_{\ddot{z}_i}(f)$, решив систему уравнений (9). Полученное решение может быть представлено в виде

$$W_{\ddot{z}_i}(j\omega_k) = P_i(\omega_k) + jQ_i(\omega_k),$$

где ω_k – частоты, соответствующие частотам финитного преобразования Фурье.

Запишем значения $P(\omega_k)$ и $Q(\omega_k)$ в соответствии с выражением (8)

$$P_i(\omega_k) = -\frac{2c_i}{M_p}; \quad Q_i(\omega_k) = -\frac{2\mu_i}{M_p} \omega_k.$$

Из последних выражений определим динамические параметры подвески АТС

$$c_i = \frac{P_i(\omega_k) \cdot M_p}{2\omega_k}; \quad \mu_i = \frac{Q_i(\omega_k) \cdot M_p}{2\omega_k}.$$

Проверка корректности данного метода параметрической идентификации проведена при помощи Simulink. В качестве исходных данных приняты величины: $M_p = 3000$ кг; $2c = 294300$ кг/с²; $2\mu = 14862,15$ кг/с. При этих исходных данных теоретическое значение вещественной части частотной характеристики составляет $-98,1$ рад/с², а коэффициент при ω_k мнимой части $-4,95$ рад/с². В результате моделирования получены графики, иллюстрирующие процесс определения параметров подвески.

На рис. 3 изображен график зависимости разности перемещений подрессоренной и неподрессоренной масс от времени $y(t)$.

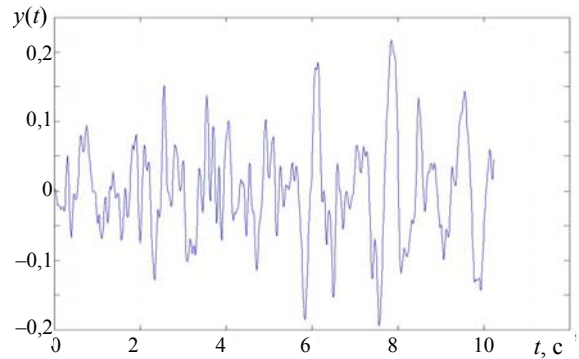


Рис. 3. Разность перемещений подрессоренной и неподрессоренной масс

Зависимость выходной величины $\ddot{z}(t)$ от времени изображена на рис. 4.

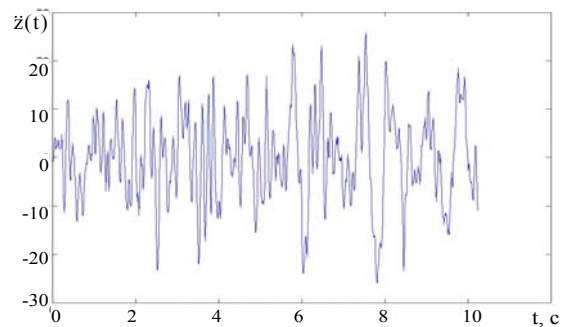


Рис. 4. Ускорение колебаний подрессоренной массы

График вещественной части частотной характеристики $W_{y\ddot{z}}$ изображен на рис. 6, а мнимой ее части – на рис. 7.

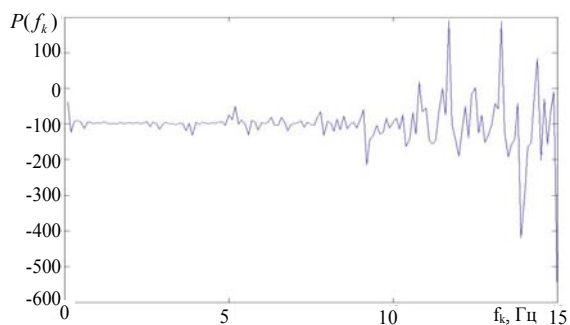


Рис. 5. Вещественная часть частотной характеристики

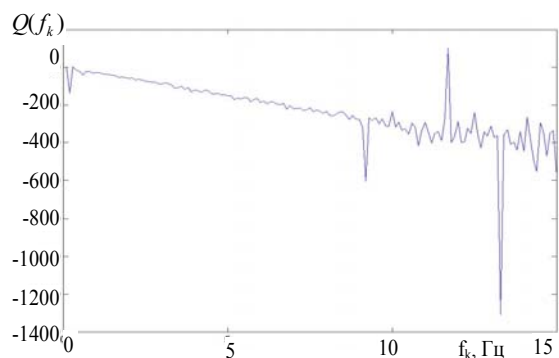


Рис. 6. Мнимая часть частотной характеристики

Наличие резких изменений кривой в высокочастотной области объясняется погрешностью БПФ. Чтобы уменьшить величину погрешности, усредним величину P по частоте и получим значение вещественной части частотной характеристики равное $-101,8$.

Величина погрешности моделирования составляет $3,5\%$, что является вполне удовлетворительным.

Сглаживание кривой осуществлялось полиномом первой степени; значение коэффициента при переменной $Q(\omega_k)$ оказалось равным $-4,9687$, что с точностью $0,37\%$ соответствует теоретическому значению. Как видно из

приведенных формул, процедура параметрической идентификации инвариантна по отношению к виду спектральной плотности опорной поверхности.

Выводы

Разработанная математическая модель колебаний позволяет решить задачу повышения плавности хода автотранспортного средства путем создания системы автоматического управления, реализующей алгоритм адаптивного управления.

Проведенные исследования показали, что разработанный метод идентификации динамических параметров подвески МР позволяет оценивать жесткость рессор и коэффициент сопротивления амортизаторов в процессе движения. При этом не накладывается никаких ограничений на вид и параметры спектральной плотности возмущающего воздействия, что позволяет исключить влияние испытательного сигнала на работу подвески.

Литература

1. Белоусов Б.Н., Меркулов И.В., Федотов И.В. Синтез динамической системы управления активными подвесками / Автомобильная промышленность. – М.: Машиностроение. – №4. – 2004. – С. 15.
2. Силаев А.А. Спектральная теория поддресорирования транспортных машин. – М.: Машиностроение, 1972. – 191 с.
3. Динамика системы «дорога–шина–автомобиль–водитель» / Под ред. А.А. Хачатурова. – М.: Машиностроение, 1976. – 535 с.
4. Бендат Дж., Пирсол А. Прикладной анализ случайных данных. – М.: Мир, 1989. – 540 с.

Рецензент: В.Г. Солодов, профессор, д.т.н., ХНАДУ.

Статья поступила в редакцию 21 сентября 2009 г.