УДК 629.7.015

МАТЕМАТИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ І ОПТИМІЗАЦІЯ МАНЕВРІВ КОСМІЧНИХ АПАРАТІВ З КОМБІНУВАННЯМ УЧАСТІ ДВИГУНІВ ВЕЛИКОЇ ТА МАЛОЇ ТЯГИ

Харитонова Л.В.[1], Петровський А.В.[1], Харитонов О.М.[2]

[1]Національний транспортний університет, [2]Київський національний університет імені Тараса Шевченка, Київ

Доповідь присвячено актуальній проблемі сучасної космонавтики: забезпеченню водночас швидких та енергоефективних маневрів космічних апаратів (КА), зокрема – пілотованих міжпланетних перельотів. Необхідність здійснення маневру за короткий час призводить до вибору неоптимальних з точки зору витрат енергії траєкторій. Забезпечення таких траєкторій сучасними рушійними системами великої тяги, що базуються на теплових реактивних двигунах обмеженої швидкості витікання, вимагає надвеликих паливних витрат. Більш ефективними є рушійні системи малої тяги, що базуються на електричних двигунах обмеженої потужності, проте, при використанні таких систем значно збільшується час здійснення маневру. Отже, для того щоб забезпечити потрібну швидкість виконання маневру при помірних витратах палива, необхідне впровадження принципово нових принципів руху в космосі. Така задача наразі технічно нереальна. Інший підхід полягає у поєднанні переваг рушійних систем кожного з зазначених типів за рахунок комбінування їх участі при виконанні маневрів [2]. Цей підхід розглянутий у доповіді.

Як відомо, реактивна тяга двигуна визначається формулою:

$$P = qV$$

де q - секундна масова витрата палива, V - ефективна швидкість витікання. З цієї формули випливає, що для реалізації однієї і тієї ж величини тяги треба витрачати тим менше палива, чим більшою є швидкість його витікання. Потужні рушійні системи великої тяги працюють при масових витратах, що вимірюються сотнями кілограмів за секунду, генеруючи тягу, що може доходити до 1÷3МН [4]. Для рідних ракетних двигунів на паливі кисень-водень величина V може доходити до 4500м/с, для ядерних ракетних двигунів, робочим тілом яких є водень – до 10000м/с. [2]. Швидкість виконання маневру космічним апаратом залежить від тягоозброєнності його рушійної системи:

$$a_0 = \frac{P}{M_\kappa g}$$

де M_κ - маса рушійної системи, g - прискорення вільного падіння.

Для рушійних систем великої тяги $a_0 >> 1$.

В той же час, для рушійних систем малої тяги, тяга може доходити до 10÷20Н при швидкостях витікання до 200000м/с і тягоозброєності $a_0 << 1$ [4].

З цього стислого аналізу випливає, що рушійні системи малої тяги є значно більш економічними, але тривалість маневрів при їх використанні буде значно більшою.

Комбінування участі рушійних систем великої та малої тяги при формуванні траєкторії (КА) можливе за рахунок оптимального розподілу характеристичної швидкості між цими ділянками [1,3]. Наприклад, для траєкторії міжпланетного перельоту можна припустити, що вона складається з трьох ділянок (дві планетоцентричних та геліоцентрична ділянки) [1,3]. На планетоцентричних ділянках рух відбувається по гіперболічних орбітах з асимптотичними швидкостями $\vec{v}_\infty^e$, $\vec{v}_\infty^m$, відповідно, для планети старту і призначення. Рух на геліоцентричній ділянці здійснюється за допомогою двигуна малої тяги. В разі відсутності ділянки малої тяги, рух відбувається за кеплеровою дугою, яка визначається геліоцентричними швидкостями $\vec{v}_{\infty t}^e$ і $\vec{v}_{\infty t}^m$ (показана штриховою лінією). При цьому $\vec{v}_{orb}^e$ і $\vec{v}_{orb}^m$ – орбітальні швидкості планет старту і призначення (Землі і Марсу).

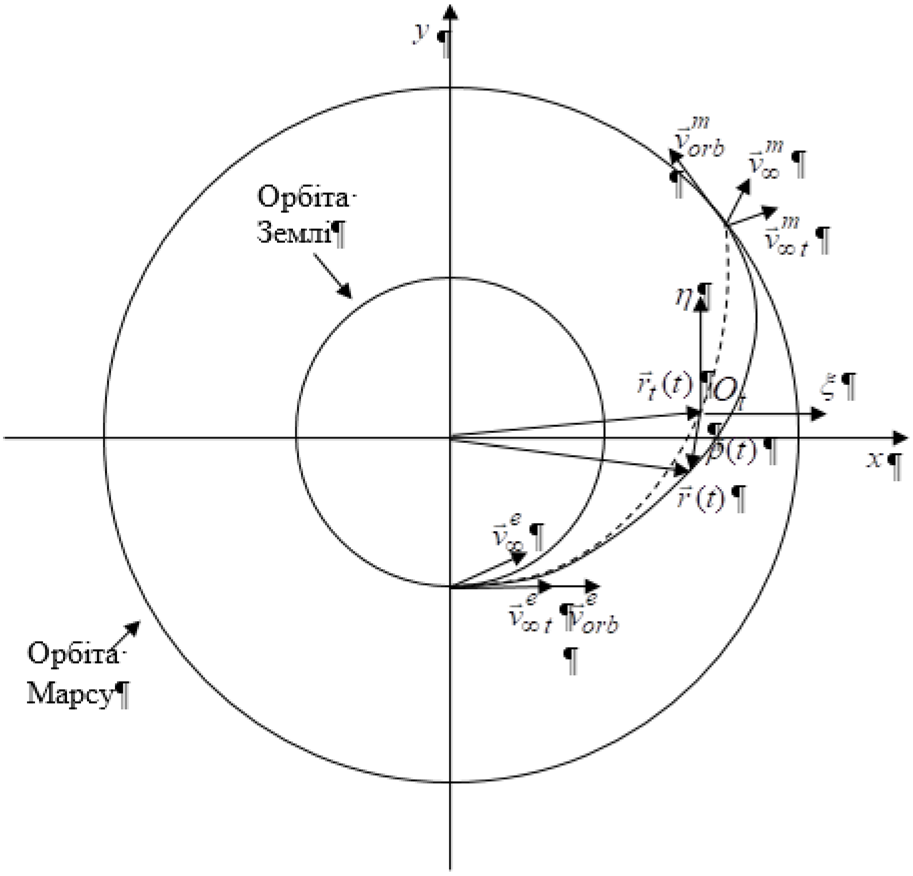

Рис. 1. Схема міжпланетного перельоту Земля-Марс.

Задача оптимального комбінування великої та малої тяги полягає у розподілі масових витрат на генерування тяги (що включає паливні витрати і масу рушійної системи) між ділянками великої та малої тяги з метою максимізації корисного навантаження при заданих стартовій масі КА і часі виконання маневру [1,3]. Параметри, що оптимізуються і визначають розподіл паливних витрат, є вектори швидкостей $\vec{v}^{e}_{\infty} = (v^{e}_{\infty x}, v^{e}_{\infty y})$ і $\vec{v}^{m}_{\infty} = (v^{m}_{\infty x}, v^{m}_{\infty y})$.

При цьому маса КА в момент початку другої планетоцентричної ділянки визначається через кінцеву масу на першій планетоцентричній ділянці і швидкості $\vec{v}^{e}_{\infty}$, $\vec{v}^{m}_{\infty}$ [1]:

$$M(t_2) = \frac{M(t_1)}{1 + \alpha \cdot M(t_1) \cdot J(\vec{v}^{e}_{\infty}, \vec{v}^{m}_{\infty})}$$

де α – енергетичний параметр; $M(t_1)$, $M(t_2)$ − відповідно, значення маси КА в моменти завершення першої і початку другої планетоцентричної ділянки; $J(\vec{v}^{e}_{\infty}, \vec{v}^{m}_{\infty})$ −

функціонал задачі руху на геліоцентричній ділянці, що являє собою інтеграл від квадрата реактивного прискорення $\vec{a}(t)$ $(J = \int_{t_1}^{t_2} a^2 dt)$.

В [1,3] запропоновані необхідні умови оптимального вибору законів керування двигунами великої (з урахуванням її обмеженості) та малої тяги і параметрів задачі, які дозволяють звести задачу оптимального керування до двоточкової крайової задачі. Для реалізації процедури чисельного розв'язання необхідно мати можливість визначення похідних $\partial J / \partial v^e_{\infty x}, \partial J / \partial v^e_{\infty y}, \partial J / \partial v^m_{\infty x}, \partial J / \partial v^m_{\infty y}$ як функцій параметрів оптимізації – компонентів векторів швидкостей $v^e_{\infty x}, v^e_{\infty y}, v^m_{\infty x}, v^m_{\infty y}$. В доповіді обговорюються підходи до побудови аналітичного розв'язку задачі руху на геліоцентричній ділянці, який дав би таку можливість. Аналізуються застосування модифікацій методу транспортуючої траєкторії, їх точність, переваги та ефективність комбінування великої та малої тяги залежно від часу міжпланетного перельоту.

Література:

1. A.M. Kharitonov Application of the Modified Method of Transporting Trajectory to Optimize Interplanetary Transfers Combining Low and High Thrust // International Appplied Mechanics, Vol. 49, No 5, 2013, pp. 597-607.
2. Burke Laura M., Borowski Stanley K. and McCurdнay David R. and Packard, Thomas W. A One-year Round Trip Crewed Mission to Mars using Bimodal Nuclear Thermal and Electric Propulsion (BNTEP) // AIAA Paper AIAA 2013-4076, 16pp.
3. O.M. Kharytonov and B.M. Kiforenko Finite-thrust optimization of interplanetary transfers of space vehicle with bimodal nuclear thermal propulsion // Acta Astronautica, 69 (2011), pp. 223-233.
4. Paul A. Czysz and Claudio Bruno Barbieri S. Future Spacecraft Propulsion Systems. Enabling Technologies for Space Exploration. Praxis Publishing Ltd, Chichester, UK, 2006.-459P.